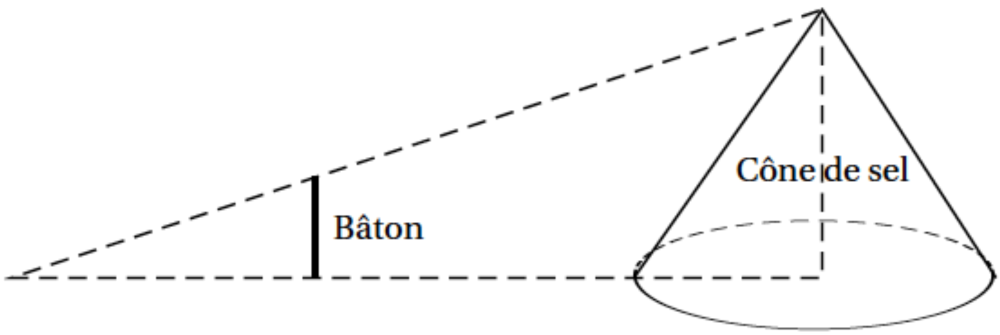
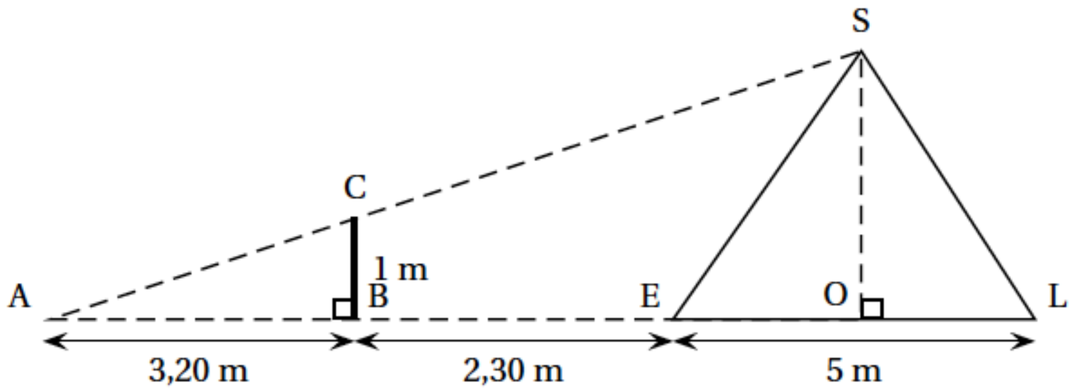
EXERCICE 6 **5,5 points**

Dans les marais salants, le sel récolté est stocké sur une surface plane. On admet qu'un tas de sel a toujours la forme d'un cône de révolution.

1. **a.** Pascal souhaite déterminer la hauteur d'un cône de sel de diamètre 5 mètres. Il possède un bâton de longueur 1 mètre. Il effectue des mesures et réalise les deux schémas ci-dessous :





Démontrer que la hauteur de ce cône de sel est égale à $2,50$ mètres.

Dans cette question, on n'attend pas de démonstration rédigée. Il suffit d'expliquer brièvement le raisonnement suivi et de présenter clairement les calculs.

b. À l'aide de la formule $V_{\text{cône}} = \dfrac{\pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}}{3}$, déterminer en m^3 le volume de sel contenu dans ce cône. Arrondir le résultat au m^3 près.

2. Le sel est ensuite stocké dans un entrepôt sous la forme de cônes de volume $1\,000\ m^3$. Par mesure de sécurité, la hauteur d'un tel cône de sel ne doit pas dépasser 6 mètres. Quel rayon faut-il prévoir au minimum pour la base ? Arrondir le résultat au décimètre près.

Correction exercice 6 brevet métropole 2013

a) Les triangles ABC et AOS sont tels que :

(SC) et (OB) sont sécantes en A.

Les droites (BC) et (OS) sont parallèles car elles sont toutes les deux perpendiculaires à la droite (OA).

On utilise le théorème de Thalès.

$$\frac{AB}{AO}=\frac{AC}{AS}=\frac{BC}{OS}$$

On calcule : $AO = AB + BE + EO = 3{,}20 + 2{,}30 + 2{,}50 = 8$ m.

On remplace les longueurs connues par leur valeur.

$$soit\ \frac{3{,}2}{8}=\frac{AC}{AS}=\frac{1}{OS}$$

J'utilise l'égalité entre le premier et le troisième rapport.

$$\frac{3{,}2}{8}=\frac{1}{OS}$$

J'effectue les produits en croix.

$$\text{OS}=\frac{8}{3{,}2}$$

$$\text{OS} = 2{,}50 \text{ m}$$

b)

$$V_{cône}=\frac{\pi\times r^2\times h}{3}=\frac{\pi\times 2{,}5^2\times 2{,}5}{3}$$

$$V_{cône}=\frac{15{,}625\pi}{3}\approx 16\text{ m}^3$$

Le volume de sel contenu dans le cône est 16 m^3.

b) D'après les indications de l'énoncé :

On note r le rayon minimal pour une cône avec $\text{V}_{\text{cône}} = 1000 \text{ m}^3$ et $\text{h} = 6$ m au maximum.

$$V_{cône}=\frac{\pi\times r^2\times h}{3}$$

$$Donc\ \text{r}^2=\frac{3\times V_{cône}}{\pi\times h}$$

$$Donc\ \text{r}^2=\frac{1\,000\times 3}{\pi\times 6}$$

$$Donc\ \text{r}^2=\frac{3\,000}{6\pi}$$

$$Donc\ h=\frac{3\,000}{\pi r^2}$$

$$\text{r}>0 \text{ donc } r=\sqrt{\frac{3\,000}{6\pi}}$$

$$r\approx 12{,}6\text{ m}$$

Le cône devra avoir un rayon minimal d'environ 12,6 m.