Correction **Thème** :
Calcul littéral (Développer, factoriser, résolution d'équation, substituer)

Exercice 1 :

On considère $C=(3x-2)^2+(3x-2)(x+3)$.

1°) Développer et réduire C.

$$C=(3x-2)^2+(3x-2)(x+3)$$
$$C=(3x)^2-2\times3x\times2+2^2+3x\times x+3x\times3-2\times x-2\times3$$
$$C=9x^2-12x+4+3x^2+9x-2x-6$$
$$C=12x^2-5x-2$$

2°) Factoriser C.

$$C=(3x-2)^2+(3x-2)(x+3)$$
$$C=(3x-2)(3x-2)+(3x-2)(x+3)$$
$$C=(3x-2)[(3x-2)+(x+3)]$$
$$C=(3x-2)(3x-2+x+3)$$
$$C=(3x-2)(4x+1)$$

3°) Résoudre l'équation $(3x-2)(4x+1)=0$.

Si $\mathrm{A}\times\mathrm{B}=0$, alors $\mathrm{A}=0$ ou $\mathrm{B}=0$.

Soit $3x-2=0$

$3x-2+2=0+2$

$3x=2$

$\frac{3x}{3}=\frac{2}{3}$

$x=\frac{2}{3}$

Soit $4x+1=0$

$4x+1-1=0-1$

$4x=-1$

$\frac{4x}{4}=-\frac{1}{4}$

$x=-0,25$

$-0,25$ et $\frac{2}{3}$ sont les solutions de l'équation.

Exercice 2 :

On considère $P=(2x-1)^2-16$.

1°) Calculer P pour $x=\frac{1}{2}$.

$$P=\left(2\times\frac{1}{2}-1\right)^2-16$$
$$P=(1-1)^2-16$$
$$P=0-16$$
$$P=-16$$

2°) Factoriser P.

$P=(2x-1)^2-16$

$P=(2x-1)^2-4^2$

$P=[(2x-1)+4][(2x-1)-4]$

$P=(2x-1+4)(2x-1-4)$

$P=(2x+3)(2x-5)$

3°) Résoudre l'équation $(2x-5)(2x+3)=0$

Si $A\times B=0$, alors $A=0$ ou $B=0$.

Soit $2x-5=0$	Soit $2x+3=0$
$2x-5+5=0+5$	$2x+3-3=0-3$
$2x=5$	$2x=-3$
$\frac{2x}{2}=\frac{5}{2}$	$\frac{2x}{2}=-\frac{3}{2}$
$x=2{,}5$	$x=-1{,}5$

$-1{,}5$ et $2{,}5$ sont les solutions de l'équation.

Exercice 3 :

On considère $D=36-(3x+5)^2$.

1°) Développer et réduire D.

$D=36-(3x+5)^2$

$D=36-\left[(3x)^2+2\times 3x\times 5+5^2\right]$

$D=36-\left(9x^2+30x+25\right)$

$D=36-9x^2-30x-25$

$D=-9x^2-30x+11$

2°) Calculer D pour $x=-2$, puis pour $x=\frac{1}{3}$.

Pour $x=-2$, j'utilise l'expression développée.

$D=-9\times(-2)^2-30\times(-2)+11$

$D=-9\times 4+60+11$

$D=-36+71$

$D=35$

Pour $x=\frac{1}{3}$, j'utilise l'expression de départ.

$D=36-\left(3\times\frac{1}{3}+5\right)^2$

$D=36-(1+5)^2$

$D=36-6^2$

$D=36-36$

$D=0$

3°) Factoriser C.

$$D = 36 - (3x+5)^2$$
$$D = 6^2 - (3x+5)^2$$
$$D = [6+(3x+5)][6-(3x+5)]$$
$$D = (6+3x+5)(6-3x-5)$$
$$D = (3x+11)(-3x+1)$$

4°) Résoudre l'équation $(1-3x)(3x+11)=0$

Si $\mathrm{A} \times \mathrm{B} = 0$, alors $\mathrm{A} = 0$ ou $\mathrm{B} = 0$.

Soit $1-3x=0$

$$1-1-3x=0-1$$
$$-3x=-1$$
$$\frac{-3x}{-3}=\frac{-1}{-3}$$
$$x=\frac{1}{3}$$

Soit $3x+11=0$

$$3x+11-11=0-11$$
$$3x=-11$$
$$\frac{3x}{3}=-\frac{11}{3}$$
$$x=-\frac{11}{3}$$

$-\frac{11}{3}$ et $\frac{1}{3}$ sont les solutions de l'équation.

<u>Exercice 4 :</u>

On considère $E=(2x+5)^2-(x+3)(2x+5)$.

1°) Développer et réduire E.

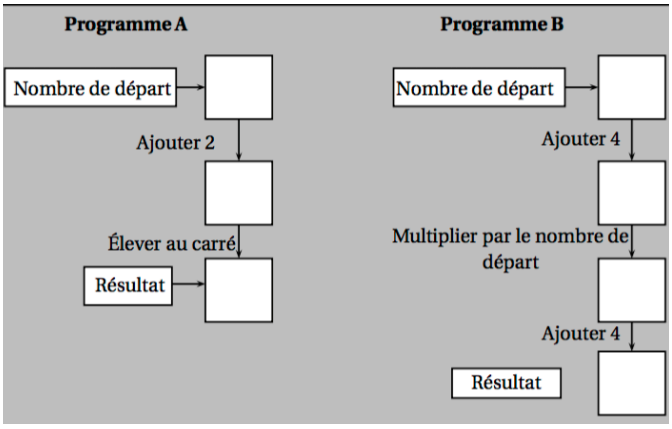
$$E=(2x+5)^2-(x+3)(2x+5)$$
$$E=(2x)^2+2\times 2x\times 5+5^2-(x\times 2x+x\times 5+3\times 2x+3\times 5)$$
$$E=4x^2+20x+25-(2x^2+5x+6x+15)$$
$$E=4x^2+20x+25-(2x^2+11x+15)$$
$$E=4x^2+20x+25-2x^2-11x-15$$
$$E=2x^2+9x+10$$

2°) Factoriser E.

$$E=(2x+5)^2-(x+3)(2x+5)$$
$$E=(2x+5)(2x+5)-(x+3)(2x+5)$$
$$E=(2x+5)[(2x+5)-(x+3)]$$
$$E=(2x+5)(2x+5-x-3)$$
$$E=(2x+5)(x+2)$$

Exercice 5 :

On utilise les deux programmes de calcul ci-contre :



1°) Montrer que si on choisit 3 comme nombre de départ, les deux programmes donnent 25 comme résultat.

Programme A :

$3+2=5$

$5^2=25$

Programme B :

$3+4=7$

$7\times 3=21$

$21+4=25$

2°) Avec le programme A, quel nombre faut-il choisir au départ pour que le résultat obtenu soit 0 ?

Je cherche x telle que : $(x+2)^2=0$.

Si $A^2=0$, alors $A=0$.

Soit $x+2=0$

$x+2-2=0-2$

$x=-2$

Il faut choisir -2 pour obtenir 0 avec le programme A.

3°) Ysah prétend que, pour n'importe quel nombre de départ, ces deux programmes donnent le même résultat.
A-t-elle raison ? Justifie.

Soit x le nombre de départ,

Programme A : $(x+2)^2=x^2+4x+4$

Programme B : $(x+4)\times x+4=x^2+4x+4$

Les deux programmes donnent bien le même résultat.

Exercice 6 :

Trouver le nombre auquel je pense.

- Je pense à un nombre.
- Je lui soustrais 10.
- J'élève le tout au carré.
- Je soustrais au résultat le carré du nombre auquel j'ai pensé.
- J'obtiens alors -340.

Soit x le nombre pensé,
On a alors :

$$\begin{aligned}
(x-10)^2 - x^2 &= -340 \\
x^2 - 20x + 100 - x^2 &= -340 \\
-20x + 100 &= -340 \\
-20x + 100 - 100 &= -340 - 100 \\
-20x &= -440 \\
\frac{-20x}{-20} &= \frac{-440}{-20} \\
x &= 22
\end{aligned}$$

Exercice 7 :

Pascale, Alexis et Carole se partagent deux boîtes de 12 macarons chacune. On sait qu'Alexis a mangé 4 macarons de plus que Pascale et que Pascale en a mangé deux fois moins que Carole.
Combien de macarons chaque personne a-t-elle mangés ?

Pascale, Alexis et Carole ont mangé deux boîtes de 12 macarons, soit 24 macarons.

Soit x le nombre de macarons mangés par Pascale, Alexis en alors mangé $x+4$ et Carole $2x$. On a alors :

$$\begin{aligned}
x + x + 4 + 2x &= 24 \\
4x + 4 &= 24 \\
4x + 4 - 4 &= 24 - 4 \\
4x &= 20 \\
\frac{4x}{4} &= \frac{20}{4} \\
x &= 5
\end{aligned}$$

Pascale a donc mangé 5 macarons, Alexis 9 (quatre de plus que Pascale) et Carole 10 (deux fois plus que Pascale).