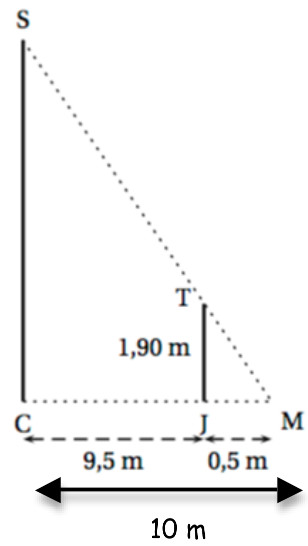
Correction **Thème** : Thalès/ Pythagore

Exercice 1 :

Cristo Redentor, symbole brésilien, est une grande statue dominant la ville de Rio qui s'érige au sommet du mont Corcovado. Au pied du monument, Julien et Magali souhaitent mesurer la hauteur de la statue (socle compris). Julien qui mesure 1,90 m, se place debout à quelques mètres devant la statue. Magali place le regard au niveau du sol de telle manière qu'elle voit le sommet du Cristo (S) et celui de la tête de Julien (T) alignés; elle se situe alors à 10 m de la statue et à 50 cm de Julien. La situation est modélisée ci-contre par la figure qui n'est pas à l'échelle.

Déterminer la hauteur SC de la statue en supposant que le monument et Julien sont perpendiculaires au sol.



On suppose que le monument et Julien sont perpendiculaires au sol, donc (SC) et (TJ) sont perpendiculaires à (CM).
Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles.
Donc, (TJ) est parallèle à (SC).

Soient MJT et MCS deux triangles tels que :

- (CJ) et (ST) sont sécantes en M ;
- (SC) est parallèle (TJ).

D'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{MT}{MS} = \frac{MJ}{MC} = \frac{TJ}{SC}$

Soit $\frac{MT}{MS} = \frac{0,5}{10} = \frac{1,90}{SC}$

J'utilise l'égalité

$$\frac{0,5}{10} = \frac{1,90}{SC}$$

J'effectue les produits en croix.

$SC = \frac{10 \times 1,90}{0,5}$ On a donc $\boxed{SC = 38 \text{ m}}$.

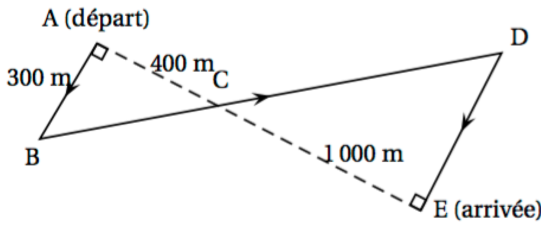
La statue mesure 38 m.

Exercice 2 :

Pour soutenir la lutte contre l'obésité, un collège décide d'organiser une course. Un plan est remis aux élèves participant à l'épreuve.

Les élèves doivent partir du point A et se rendre au point E en passant par les points B, C et D. C est le point d'intersection des droites (AE) et (BD).

La figure ci-contre résume le plan, elle n'est pas l'échelle.



On donne AC = 400 m, EC = 1 000 m et AB = 300 m.

1°) Calculer BC.

Le triangle ABC est rectangle en A, donc d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$
$$BC^2 = 300^2 + 400^2$$
$$BC^2 = 90\ 000 + 160\ 000$$
$$BC^2 = 250\ 000$$
$$\text{donc } BC = \sqrt{250\ 000}$$
$$BC = 500 \text{ m}$$

2°) Montrer que ED = 750 m.

Soient ABC et CDE deux triangles tels que :

- (AE) et (BD) sont sécantes en C ;
- (AB) est parallèle (DE) car elles sont toutes les deux perpendiculaires à (AE).

D'après le théorème de Thalès, on a : $\dfrac{CA}{CE} = \dfrac{CB}{CD} = \dfrac{AB}{DE}$

Soit $\dfrac{400}{1\ 000} = \dfrac{500}{CD} = \dfrac{300}{DE}$

J'utilise l'égalité

$$\frac{400}{1\ 000} = \frac{300}{DE}$$

J'effectue les produits en croix.

$\text{DE} = \dfrac{1\ 000 \times 300}{400}$ On a donc $\boxed{\text{DE} = 750 \text{ m}}$.

3°) Déterminer la longueur réelle du parcours ABCDE.

Pour déterminer la longueur réelle du parcours ABCDE, il faut connaître CD.

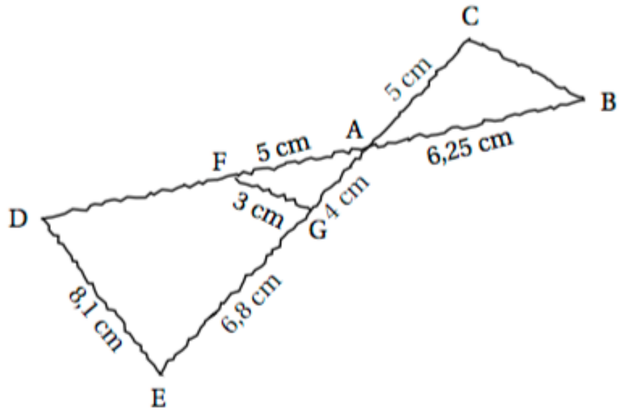
On peut utiliser l'égalité de Thalès précédente : $\dfrac{400}{1\ 000} = \dfrac{500}{CD}$.

J'effectue les produits en croix.

$\text{CD} = \dfrac{1\ 000 \times 500}{400}$ On a donc $\boxed{\text{DE} = 1\ 250 \text{ m}}$.

Je calcule la longueur du parcours :
$AB + BC + CD + DE = 300 + 500 + 1\ 250 + 750 = 2\ 800 \text{ m} = 2{,}8 \text{ km}$

Exercice 3 :
Pour illustrer l'exercice, la figure ci-dessous a été faite à main levée.



Les points D, F, A et B sont alignés, ainsi que les points E, G, A et C.
De plus, les droites (DE) et (FG) sont parallèles.

1°) Montre que le triangle AFG est un triangle rectangle.

Dans le triangle AFG, [AF] est le plus grand côté.
On calcule séparément :
D'une part : $AF^2 = 5^2 = 25$
D'autre part : $FG^2 + GA^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$
On constate que : $AF^2 = FG^2 + GA^2$
Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle AFG est rectangle en G.

2°) Calcule la longueur du segment [AD]. Déduis-en la longueur du segment [FD].

(FG) est parallèle à (DE) et (AG) et (FG) sont perpendiculaires.
Or, si deux droites sont parallèles, toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.
Donc, (AG) est perpendiculaire à (DE).
Le triangle ADE est donc rectangle en E.
D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$AD^2 = DE^2 + EA^2$$
$$AD^2 = 8{,}1^2 + 10{,}8^2$$
$$AD^2 = 65{,}61 + 116{,}64$$
$$AD^2 = 182{,}25$$
$$\text{donc } AD = \sqrt{182{,}25}$$
$$AD = 13{,}5 \text{ m}$$

(On peut également calculer AD en appliquant le théorème de Thalès aux triangles AFG et ADE).

On en déduit : $FD = AD - AF = 13{,}5 \text{ cm} - 5 \text{ cm} = 8{,}5 \text{ cm}$

3°) Les droites (FG) et (BC) sont-elles parallèles ? Justifie.

Les triangles AFG et ABC sont tels que (BF) et (CG) sont sécantes en A.

On calcule séparément :

D'une part, $\frac{AF}{AB} = \frac{5}{6{,}25} = 0{,}8$ D'autre part, $\frac{AG}{AC} = \frac{4}{5} = 0{,}8$

On constate donc que $\frac{AF}{AB} = \frac{AG}{AC}$.

De plus, les points F, A, B et G, A, C sont alignés dans le même ordre.

Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (FG) et (BC) sont parallèles.