Correction diplôme national du brevet Métropole

Exercice 1

1°) $69 = 3 \times 23$

$1\,150 = 2 \times 575 = 2 \times 25 \times 23 = 2 \times 5^2 \times 23$

$4\,140 = 2 \times 2\,070 = 2 \times 2 \times 1\,035 = 2^2 \times 5 \times 207 = 2^2 \times 5 \times 9 \times 23 = 2^2 \times 5 \times 3^2 \times 23$

2°) Pour connaître le nombre de marins sachant que le capitaine partage équitablement toutes les pièces, toutes les perles et tous les diamants, il faut déterminer le plus grand diviseur commun de 69, 1 150 et 4 140, c'est-à-dire 23.

Il y a donc 23 marins.

Exercice 2

1°) Dans le triangle ADM rectangle en A, on a :

$\tan(\widehat{ADM}) = \frac{AM}{AD}$, c'est-à-dire $\tan(60°) = \frac{AM}{2}$

Soit $\mathrm{AM} = 2 \times \tan(60°) \approx 3{,}46\ m$

2°) L'aire de la plaque est de $4 \times 2 = 8\ m^2$.

L'aire de la partie de la plaque non utilisée est $\frac{2(4-2\times\tan(60°))}{8} \approx 0{,}13$

La proportion de plaque qui n'est pas utilisée est d'environ 13%.

3°) Les triangles AMD, PNM et PDN sont respectivement rectangles en A, en P et en P, on a donc $\widehat{DAM} = \widehat{MPN} = \widehat{DPN} = 90°$.

On a également : $\widehat{ADM} = 60°$ et AMND est un rectangle.

De plus, dans un triangle rectangle, la somme des deux angles aigus est égale à 90°, on a ainsi :

$\widehat{AMD} = 90° - \widehat{ADM} = 90° - 60° = 30°$.

$\widehat{PDN} = 90° - \widehat{ADM} = 90° - 60° = 30°$.

$\widehat{DNP} = 90° - \widehat{PDN} = 90° - 30° = 60°$, d'où $\widehat{PNM} = 90° - \widehat{DNP} = 90° - 60° = 30°$

On a donc : $\widehat{AMD} = \widehat{PDN} = \widehat{PNM} = 30°$.

Les triangles AMD, PNM et PDN ont deux angles deux à deux de même mesure, ils sont donc semblables.

4°) Les côtés [DN] et [DM] sont homologues.

Dans le triangle ADM rectangle en A, on a : $\cos\left(\widehat{ADM}\right) = \frac{AD}{DM}$,

c'est-à-dire $\cos(60°) = \frac{2}{DM}$, soit $\mathrm{DM} = \frac{2}{\cos(60°)} = 4$.

Or, $\frac{DM}{\mathrm{AM}} = \frac{4}{2\times\tan(60°)} \approx 1{,}15$.

Le coefficient d'agrandissement pour passer du triangle est d'environ 1,15 et est bien inférieur à 1,5.

Exercice 3

1°) a) $V_{sable} = \frac{2}{3} \times 0{,}75^2 \times \pi \times 4{,}2 = 1{,}575\pi \approx 4{,}95\ cm^3$.

b) $t \approx \frac{4{,}95\ cm^3}{1{,}98\ cm^3/min} = 2{,}5\ min = 2\,\mathrm{min}\,30\ s$.

Le sable va mettre environ 2 minutes et 30 secondes pour s'écouler dans le cylindre inférieur.

2°) a) $1 + 1 + 2 + 6 + 3 + 7 + 6 + 3 + 1 + 2 + 3 + 2 + 3 = 40$.

40 tests ont été réalisés.

b) ☯ $2\,\mathrm{min}\,38\ s - 2\,\mathrm{min}\,22\ s = 16\ s < 20\ s$

Le sablier respecte la condition de l'étendue.

☯ Il y a 40 sabliers, il faut donc faire la moyenne des 20e et 21e temps mesuré de la série ordonnée, c'est-à-dire la moyenne de 2 min 29 s et 2 min 30 s, soit 2 min 29,5 s qui est bien comprise entre 2 min 29 s et 2 min 31 s.

Le sablier respecte la condition de la médiane.

☯ Pour la 3e condition, il est peut-être plus simple de convertir les durées en secondes et vérifier si la moyenne est comprise entre 148 s et 152 s.

$$142 + 144 + 2 \times 146 + 6 \times 147 + 3 \times 148 + 7 \times 149 + 6 \times 150 + 3 \times 151 + 152 + 2 \times 153 + 3 \times 154 + 2 \times 155 + 3 \times 158 = 6\,004$$

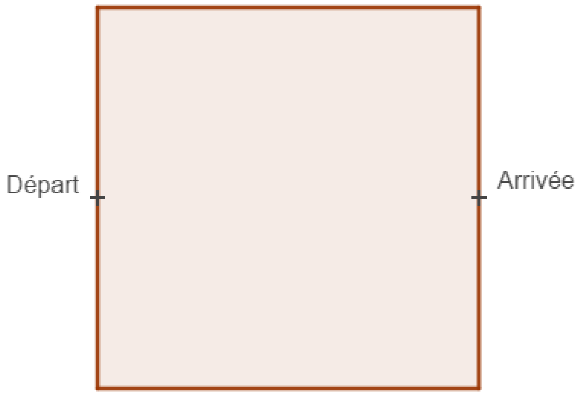
$$m = \frac{6\,004\ s}{40} = 150{,}1\ s = 2\,\mathrm{min}\,30{,}1\ s$$

La condition de la moyenne des temps est également vérifiée.

Le sablier testé ne sera pas éliminé.

Exercice 4

1°) Il faut dessiner un carré de 5 cm de côté.



2°) Le script 1 correspond au dessin B car la boucle répéter 23 fois carré-tiret permet de dupliquer 23 fois le motif composé d'un carré et d'un tiret.

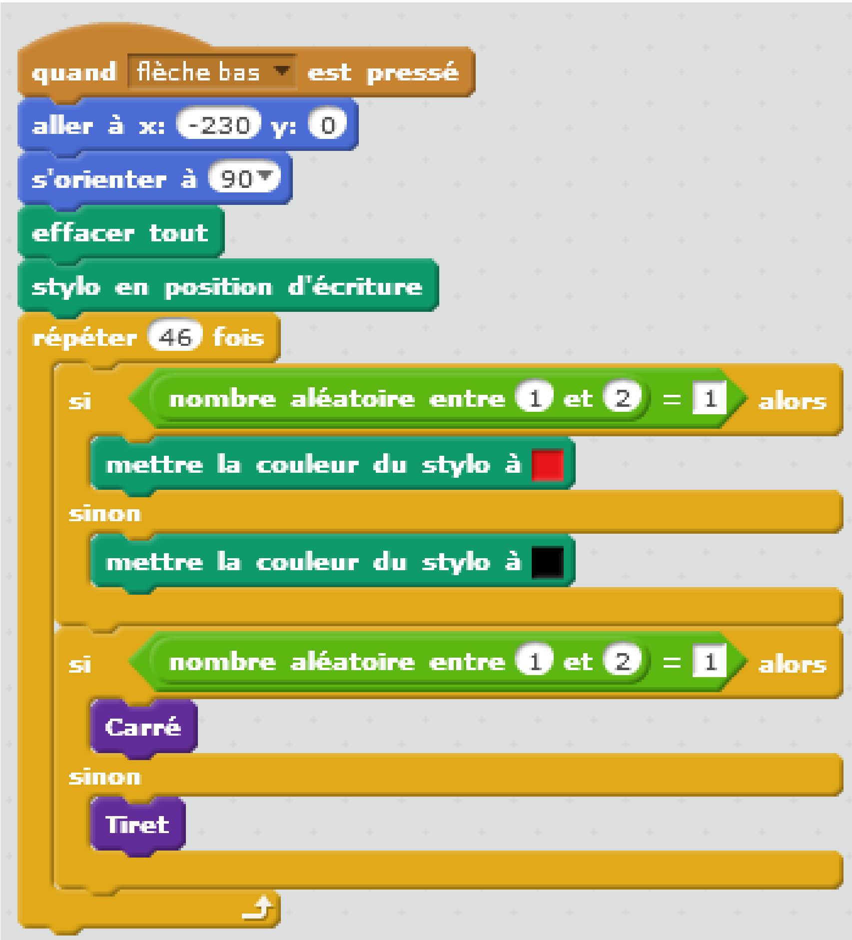
Le script 2 correspond au dessin A car le tracé d'un carré ou d'un tiret est uniquement dû au hasard, d'où l'irrégularité totale de la formation du dessin.

3°) a) La probabilité que le premier élément tracé soit un carré est de $\frac{1}{2}$ car le nombre aléatoire généré est soit 1, soit 2.

b) La probabilité que les deux premiers éléments soient des carrés est de $\frac{1}{4}$.

En effet, on a : carré-carré ou carré-tiret ou tiret-tiret ou tiret-carré.

4°)



Exercice 5

1°) a) Le rectangle 3 est l'image du rectangle 4 par la translation qui transforme C en E.

b) Le rectangle 3 est l'image du rectangle 1 par la rotation de centre F et d'angle 90° dans le sens des aiguilles d'une montre.

c) Le rectangle ABCD est l'image du rectangle 4 par l'homothétie de centre C et de rapport 3.

2°) Un petit rectangle est une réduction du rectangle ABCD de rapport $\frac{1}{3}$.

L'aire d'un petit rectangle est donc égale à :

$$A = 1{,}215\ m^3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 1{,}215 m^3 \times \frac{1}{9} = 0{,}135\ m^3 = 135\ dm^3$$

3°) Soit l la largeur du rectangle ABCD, on a alors : $A_{ABCD} = \frac{3}{2}l \times l = \frac{3}{2}l^2 = 1{,}215\ m^3$.

On a donc : $l^2 = 1{,}215 \times \frac{2}{3} = 0{,}81$.

C'est-à-dire $l = \sqrt{0{,}81} = 0{,}9$ m.

On en déduit : $L = \frac{3}{2} \times 0{,}9 = 1{,}35$ m.

Exercice 6

1°)

<u>Programme 1</u> :

$5 \times 3 = 15$

$15 + 1 = 16$

Le programme 1 donne 1 si on choisit 5 comme nombre de départ.

<u>Programme 2</u> :

$5 - 1 = 4$

$5 + 2 = 7$

$4 \times 7 = 28$

Le programme 2 donne 28 si on choisit 5 comme nombre de départ.

2°) a) $A(x) = x \times 3 + 1 = 3x + 1.$

b) On cherche x telle que : $3x + 1 = 0$

Soit $3x = -1$

$x = -\frac{1}{3}$

3°) $B(x) = (x - 1)(x + 2) = x^2 + 2x - x - 2 = x^2 + x - 2.$

4°) a) $B(x) - A(x) = x^2 + x - 2 - (3x + 1) = x^2 + x - 2 - 3x - 1 = x^2 - 2x - 3.$

Et $(x + 1)(x - 3) = x^2 - 3x + x - 3 = x^2 - 2x - 3.$

On a bien : $B(x) - A(x) = (x + 1)(x - 3).$

b) Les programmes 1 et 2 donnent le même résultat si $B(x) - A(x) = 0$, c'est-à-dire : $(x + 1)(x - 3) = 0.$

Un produit de facteurs est nul si au moins l'un de ses facteurs est nul.

Soit $x + 1 = 0$, d'où $x = -1$ Soit $x - 3 = 0$, d'où $x = 3$

Il faut donc choisir -1 ou 3 comme nombre de départ pour que les programmes 1 et 2 donnent le même résultat.