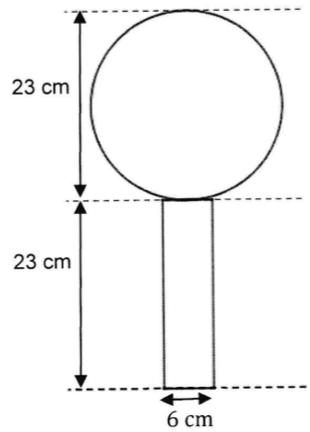
Corrigé du brevet des collèges Métropole juin 2018

Exercice 1

Question 1
La latitude de Pyeongchang est d'environ 35° Nord.

La longitude de Pyeongchang est d'environ 128° Est.

Question 2
Le diamètre de la boule est de 23 cm, son rayon est donc de 11,5 cm.
Le volume de la boule est de :



$$\mathcal{V}_{boule} = \frac{4}{3} \times \pi \times 11{,}5^3 = \frac{6083{,}5\pi}{3} \approx 6\ 371\ \text{cm}^3$$

Question 3
On commence par calculer le volume total du trophée :

$$\mathcal{V}_{totale} = \mathcal{V}_{boule} + \mathcal{V}_{cylindre}$$

avec $\mathcal{V}_{cylindre} = \pi \times 3^2 \times 23 = 207\pi\ \text{cm}^3$

Le diamètre de la base du cylindre est de 6 cm, son rayon est donc de 3 cm.

On a donc : $\mathcal{V}_{totale} = \frac{6083{,}5\pi}{3} + 207\pi \approx 7\ 021\ \text{cm}^3$

$$\frac{\mathcal{V}_{boule}}{\mathcal{V}_{totale}} \approx \frac{6\ 371\ \text{cm}^3}{7\ 021\ \text{cm}^3} \approx 0{,}9 = 90\ \%$$

Le volume de la boule représente environ 90 % du volume total du trophée, Marie a donc raison.

Exercice 2

Question 1
La concentration moyenne en PM10 à Lyon entre le 16 et le 25 janvier 2017 est de 72,5 µg/m^3.
Il faut calculer la concentration moyenne à Grenoble :

$$m = \frac{32+39+52+57+78+63+60+82+82+89}{10} = \frac{634}{10} = 63{,}4$$

La concentration moyenne en PM10 à Grenoble entre le 16 et le 25 janvier 2017 est de 63,4 µg/m^3.

72,5 > 63,4 , la concentration moyenne en PM10 entre le 16 au 25 janvier 2017 est donc plus importante à Lyon.

Question 2

On rappelle que : Etendue = Valeur maximale – Valeur minimale

Pour Lyon, l'étendue est égale à :

$107 - 22 = 85\ \mu\text{g/m}^3$

Pour Grenoble, l'étendue est égale à :

$89 - 32 = 57\ \mu\text{g/m}^3$

L'étendue est plus importante à Lyon, cela signifie qu'à Lyon les écarts de concentration en PM10 peuvent être beaucoup plus importantes d'un jour à l'autre.

Question 3

Puisque la médiane de concentration en PM10 à Lyon est de 83,5 µg/m^3, cela signifie que sur les 10 valeurs relevées, il y en a au moins 5 qui sont supérieures ou égales à 83,5 µg/m^3, donc strictement supérieures à 80 µg/m^3,
L'affirmation est donc exacte.

Exercice 3

Question 1

La probabilité d'écouter un morceau de rap est de : $\frac{125}{375} = \frac{1}{3}$.

Question 2

Les morceaux de rock représentent $\frac{7}{15}$ du nombre total de morceaux. On calcule donc : $\frac{7}{15} \times 375 = 7 \times (375 : 15) = 7 \times 25 = 175$.

Théo a 175 morceaux de rock dans son lecteur audio.

Question 3

$$\frac{7}{15} \approx 0{,}46 = 46\ \% > 40\ \%$$

Théo a plus de chances d'écouter un morceau de rock.

Exercice 4

Question 1

Le triangle BCD est rectangle en B, donc d'après le théorème de Pythagore, on a :

$CD^2 = BC^2 + BD^2$

$8{,}5^2 = 7{,}5^2 + BD^2$

$72{,}25 = 56{,}25 + BD^2$

$BD^2 = 72{,}25 - 56{,}25$

$BD^2 = 16$

$BD^2 = \sqrt{16}$

$BD \approx 4\ \text{cm}$

Question 2

On calcule :

$\frac{CD}{BE} = \frac{8{,}5}{6{,}8} = 1{,}25$ $\frac{BC}{BF} = \frac{7{,}5}{6} = 1{,}25$ $\frac{BD}{BE} = \frac{4}{3{,}2} = 1{,}25$

Les longueurs des côtés des triangles BCD et BFE sont deux à deux proportionnelles, les triangles BCD et BFE sont donc semblables.

Question 3

Les triangles BCD et BFE étant semblables, leurs angles sont deux à deux de même mesure. Le triangle BCD est rectangle en B et les angles $\widehat{BFE}$ et $\widehat{CBD}$ sont homologues, d'où $\widehat{BFE} = \widehat{CBD} = 90°$.

Sophie a raison, l'angle $\widehat{BFE}$ est droit.

Question 4

On a : $\widehat{ACD} = \widehat{ACB} + \widehat{BCD} = 61° + \widehat{BCD}$

L'affirmation de Max est correcte si $\widehat{BCD} = 29°$.

Le triangle BCD est rectangle en B, on a donc :

$\cos(\widehat{BCD}) = \dfrac{BC}{CD} = \dfrac{7{,}5}{8{,}5}$, d'où $\widehat{BCD} = \arccos(7{,}5 : 8{,}5)$

On a ainsi : $\widehat{BCD} \approx 28{,}1^\circ \neq 29^\circ$

Max a tort, l'angle $\widehat{BCD}$ n'est pas droit.

Exercice 5

Question 1

$$-1$$
$$-1 \times 4 = -4$$
$$-4 + 8 = 4$$
$$4 \times 2 = 8$$

Si on choisit le nombre -1, le programme donne 8 comme résultat final.

Question 2

On remonte le programme à l'envers :

On prend 30	30
On divise le résultat par 2	$30 : 2 = 15$
On soustrait 8	$15 - 8 = 7$
On divise ce nombre par 4	$7 : 4 = 1{,}75$

Il faut choisir 1,75 pour obtenir 30.

Question 3

$A = 2(4x + 8) = 2 \times 4x + 2 \times 8 = 8x + 16$ (Distributivité simple)

$B = (4 + x)^2 - x^2 = 4^2 + 2 \times 4 \times x + x^2 - x^2 = 16 + 8x = 8x + 16$
(1ère identité remarquable)

En développant les expressions A et B, on obtient le même résultat, les deux expressions sont bien égales.

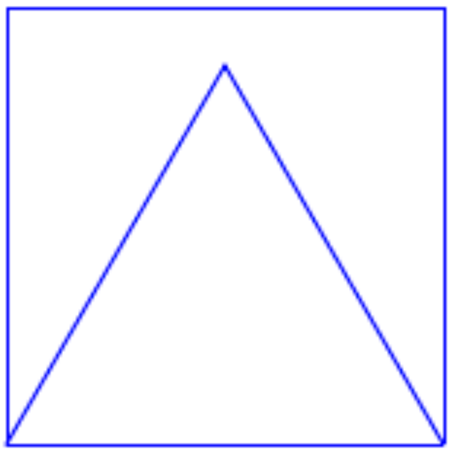
Question 4

<u>Affirmation 1 :</u>
Si on prend par exemple -4 comme nombre de départ, le programme donne : $8\times(-4)+16=-32+16=-16<0$
Le programme ne donne pas un résultat positif pour toutes les valeurs de x.
L'affirmation 1 est fausse.

<u>Affirmation 2 :</u>
En factorisant par 8 l'expression $8x+16$, on obtient : $8x+16=8(x+2)$ avec $x+2$ un nombre entier.
Le résultat obtenu est donc un multiple de 8, l'affirmation 2 est vraie.

Exercice 6

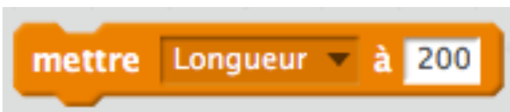
Question 1 a



<u>NB.</u>
Si 1 cm correspond 50 pixels, alors 300 pixels correspondent à 6 cm.
Le carré et le triangle équilatéral ont des côtés de longueur 6 cm.

Question 1 b
A la fin de l'exécution de la ligne 7, le stylo se trouve en (0 ; 0). A la ligne 8, le stylo se déplace de 50 pixels à l'horizontal, il se trouve donc en x = 50 et y =0.

Question 2



Question 3 a

La transformation qui permet d'obtenir le petit carré à partir du grand est l'homothétie. Le rapport de réduction est : $k_{\text{réduction}} = \dfrac{200}{300} = \dfrac{2}{3}$.

Question 3 b

$$\mathcal{A}_{\text{grand carré}} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \mathcal{A}_{\text{petit carré}}$$

$$\mathcal{A}_{\text{grand carré}} = \frac{4}{9} \times \mathcal{A}_{\text{petit carré}}$$

Exercice 7

Question 1

Le temps et la vitesse de rotation du hand-spinner ne sont pas proportionnels car la droite ne passe pas par l'origine du repère.

Question 2 a

La vitesse de rotation initiale du hand-spinner est de 20 tours par seconde.

Question 2 b

1 min 20 s = 80 s

La vitesse de rotation au bout d'1 minute et 20 secondes est de 3 tours par seconde.

Question 2 c

Le hand-spinner va s'arrêter au bout d'environ 94 secondes.

Question 3 a

$V(30) = -0{,}214 \times 30 + 20 = 13{,}58$ tours/seconde

Au bout de 30 secondes, la vitesse du hand-spinner est de 13,58 tours par seconde.

Question 3 b

Quand le hand-spinner s'arrête, sa vitesse est de 0 tour par seconde.

On cherche donc t tel que : $V(t) = 0$

c'est-à-dire : $-0{,}214 \times t + 20 = 0$

Soit : $t = \dfrac{-20}{-0{,}214} \approx 93$ s

Le hand-spinner va s'arrêter au bout d'environ 93 secondes.

Question 3 c

Peu importe la vitesse initiale, le hand-spinner s'arrête au temps t tel que : $V(t)=0$, c'est-à-dire : $-0{,}214\times t+V_{\text{initiale}}=0$

Soit : $t=\dfrac{V_{\text{initiale}}}{0{,}214}$

Le temps auquel s'arrête le hand-spinner est donc proportionnel à la vitesse initiale. Par conséquent, si la vitesse initiale double, il mettra deux fois plus de temps pour s'arrêter.