Correction diplôme national du Brevet Centres Étrangers

15 juin 2021

Exercice 1 : (24 points)

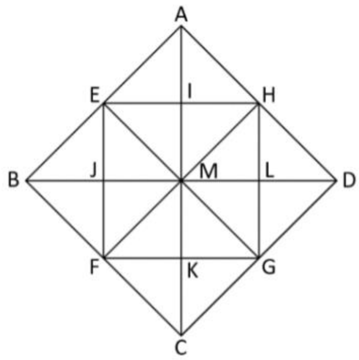
1°) La décomposition de 360 en produits de facteurs premiers est :

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

<u>Rappel :</u>

Casio Fx 92			TI Collège +		

2°) A partir du triangle BEJ, rectangle et isocèle en J, on a obtenu par pavage la figure ci-contre.



a) L'image du triangle BEJ par la symétrie d'axe (BD) est le triangle BFJ.

b) L'image du triangle AMH par la translation qui transforme le point E en B est le triangle EFM.

c) On passe du triangle AIH au triangle AMD par l'homothétie de centre A et de rapport 2.

3°)

$$\begin{aligned}
\frac{7}{2} + \frac{15}{6} \times \frac{7}{25} &= \frac{7}{2} + \frac{15 \times 7}{6 \times 25} \\
&= \frac{7}{2} + \frac{5 \times 3 \times 7}{3 \times 2 \times 5 \times 5} \\
&= \frac{7}{2} + \frac{7}{10} \\
&= \frac{7 \times 5}{2 \times 5} + \frac{7}{10} \\
&= \frac{35}{10} + \frac{7}{10} \\
&= \frac{35 + 7}{10} \\
&= \frac{42}{10} \\
&= \frac{2 \times 21}{2 \times 5} \\
&= \frac{21}{5}
\end{aligned}$$

4°) Pour cette question, on indiquera sur la copie l'unique bonne réponse. Sachant que le diamètre de la lune est d'environ 3 474 km, la valeur qui approche le mieux son volume est :

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
$12{,}3 \times 10^{17}\ km^3$	$1\ 456\ 610\ km^3$	$1{,}8 \times 10^{11}\ km^3$	$2{,}2 \times 10^{10}\ km^3$

Explications :

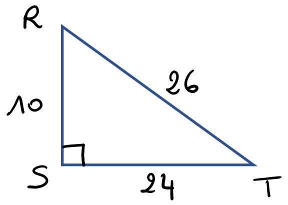
$d = 3\ 474\ km$ donc $r = 1737\ km$

$\mathcal{V} = \frac{4 \times \pi \times r^3}{3} = \frac{4 \times \pi \times 1737^3}{3} \approx 2{,}2 \times 10^{10}$

5°) On considère un triangle RST rectangle en S. Compléter le tableau donné en ANNEXE à rendre avec la copie. On arrondira la valeur des angles à l'unité.

Explications :

Pour calculer les mesures des angles, le triangle RST étant rectangle en S et les 3 longueurs étant connues, on peut utiliser les relations trigonométriques, par exemple le cosinus :



$\cos(\widehat{STR}) = \frac{ST}{RT}$

$\cos(\widehat{STR}) = \frac{24}{26}$

donc $\widehat{STR} = \arccos(24 : 26) \approx 23°$

$\cos(\widehat{SRT}) = \frac{RS}{RT}$

$\cos(\widehat{SRT}) = \frac{10}{26}$

donc $\widehat{SRT} = \arccos(10 : 26) \approx 67°$.

On a bien $23 + 67 = 90°$

$\mathcal{P} = RS + ST + RT = 10\ mm + 24\ mm + 26\ mm = 60\ mm$

$\mathcal{A} = \frac{RS \times ST}{2} = \frac{10 \times 24}{2} = 120\ mm^2$

Exercice 2 : (21 points)

Partie 1

Dans cette première partie, on lance un dé bien équilibré à six faces numérotées de 1 à 6, puis on note le numéro de la face du dessus.

1°) Les issues possibles sont 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 et 6.

2°) La probabilité de l'événement A : « On obtient 2 » est de $\frac{1}{6}$.

3°) La probabilité de l'événement B : « On obtient un nombre impair » est $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Partie 2

Dans cette deuxième partie, on lance simultanément deux dés bien équilibrés à six faces, un rouge et un vert. On appelle « score » la somme des numéros obtenus sur chaque dé.

1°) La probabilité de l'événement C : « le score est 13 » est 0, c'est un événement impossible car le score est obligatoirement compris entre 2 et 12.

2°) Dans le tableau à double entrée donné en ANNEXE, on remplit chaque case avec la somme des numéros obtenus sur chaque dé.

a) Compléter, sans justifier, le tableau donné en ANNEXE à rendre avec la copie.

b) Les scores possibles sont : 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10 ; 11 et 12.

3°)

a) La probabilité de l'événement D : « le score est 10 » est de $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$.

b) Les multiples de 4 entre 2 et 12 sont 4 ; 8 et 12. La probabilité de l'événement E : « le score est un multiple de 4 » est de $\frac{9}{36} = \frac{1}{4} = 0{,}25$.

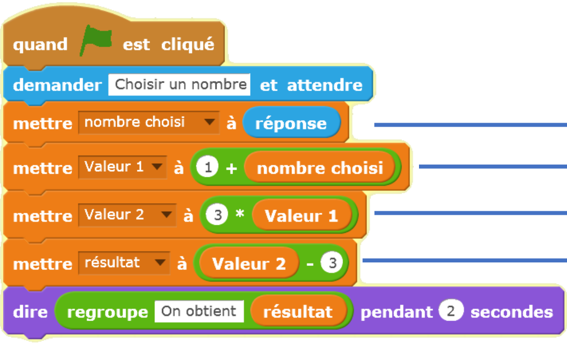
c) Les nombres premiers compris entre 2 et 12 sont 2 ; 3 ; 5 ; 7 et 11.
Il y a 15 manières sur 36 d'obtenir 2 ; 3 ; 5 ; 7 et 11.
La probabilité que le score soit un nombre premier est de $\frac{15}{36}$.
Les nombres strictement plus grands que 7 sont 8 ; 9 ; 10 ; 11 et 12.
Il y a 15 manières sur 36 d'obtenir 8 ; 9 ; 10 ; 11 et 12.
La probabilité que le score soit un nombre strictement plus grand que 7 est de $\frac{15}{36}$.
Le score obtenu a donc bien autant de chances d'être un nombre premier qu'un nombre strictement plus grand que 7.

Exercice 3 : (16 points)

Un professeur propose à ses élèves trois programmes de calculs, dont deux sont réalisés avec un logiciel de programmation.

1°)

a)



1

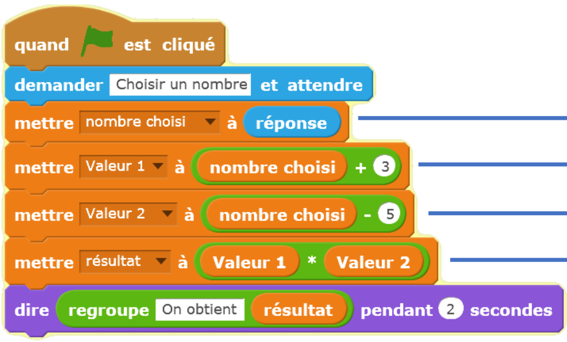
$1 + 1 = 2$

$3 \times 2 = 6$

$6 - 3 = 3$

Si on choisit 1, on obtient 3 avec le programme A.

b)



2

$2 + 3 = 5$

$2 - 5 = -3$

$5 \times (-3) = -15$

Si on choisit 2, on obtient -15 avec le programme B.

2°)

- Choisir un nombre
- Multiplier par 7
- Ajouter 3
- Soustraire le nombre de départ

x

$x \times 7 = 7x$

$7x + 3$

$7x + 3 - x = 6x + 3$

Si on choisit x, on obtient $6x + 3$ avec le programme C.

3°) Un élève affirme qu'avec un des trois programmes on obtient toujours le triple du nombre choisi. A-t-il raison ?

Si on choisit x comme nombre de départ, le résultat obtenu avec le programme A est : $3(1+x)-3=3+3x-3=3x=3\times x$.

L'élève a raison, un des programmes, le A, donne toujours le triple du nombre de départ.

4°)

a) L'équation $(x+3)(x-5)=0$ est une équation produit nul.
Si $A\times B=0$, alors $A=0$ ou $B=0$.
Soit $x+3=0$ Soit $x-5=0$
$x=-3$ $x=5$
Les solutions de l'équation sont -3 et 5.

b) Si on choisit x comme nombre de départ, le résultat obtenu avec le programme B est $(x+3)(x-5)$.
Le programme B affiche « On obtient 0 » lorsque $(x+3)(x-5)=0$.
D'après la question 4°) a), on sait qu'il faut choisir comme valeurs de départ -3 ou 5.

5°) Le programme C affiche le même résultat que le programme A revient à dire :

$$3x=6x+3$$

$$3x-6x=3$$

$$-3x=3$$

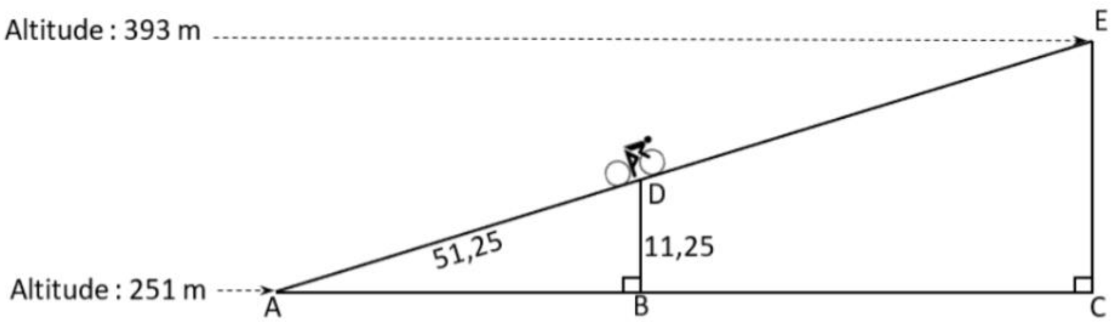
$$x=\frac{3}{-3}$$

$$x=-1$$

Il faut donc prendre -1 comme valeur de départ pour que les programmes A et C affichent le même résultat.

Exercice 4 : (19 points)

Aurélie fait du vélo en Angleterre au col de Hardknott.
Elle est partie d'une altitude de 251 mètres et arrivera au sommet à une altitude de 393 mètres.
Sur le schéma ci-dessous, qui n'est pas en vraie grandeur, le point de départ est représenté par le point A et le sommet par le point E. Aurélie est actuellement au point D.



Les droites (AB) et (DB) sont perpendiculaires. Les droites (AC) et (CE) sont perpendiculaires. Les points A, D et E sont alignés. Les points A, B et C sont alignés.
$AD = 51{,}25\ m$ et $DB = 11{,}25\ m$.

1°) $EC = Altitude\ d'arrivée - altitude\ de\ départ$

$EC = 393\ m - 251\ m = 142\ m$

2°)

a) Les droites (DB) et (EC) sont perpendiculaires à la droite (AC).
Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles.
Donc, (DB) et (EC) sont parallèles.

b) Soient ABD et ACE deux triangles tels que :
- les droites (CB) et (ED) sont sécantes en A ;
- les droites (EC) et (BD) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE} = \frac{BD}{CE}$

Soit $\frac{AB}{AC} = \frac{51{,}25}{AE} = \frac{11{,}25}{142}$

$$\frac{51{,}25}{AE} = \frac{11{,}25}{142}$$

Donc, $AE = \frac{51{,}25 \times 142}{11{,}25} \approx 646{,}89\ m$

On alors $DE = AE - AD \approx 646{,}89 - 51{,}25$ d'où $DE \approx 596\ m$

La distance qu'Aurélie doit encore parcourir est d'environ 596 m.

3°) $t = \frac{d}{v}$ avec $d = 0{,}596\ km$ et $v = 8\ km/h$

$t = \frac{0{,}596}{8} = 0{,}074\ 5\ h$

$0{,}0745\ h = 0{,}074\ 5 \times 60\ min = 4{,}47\ min < 4\ \text{min}\ 30\ s$

Si Aurélie part à 9h55 du point D, elle arrivera après 9h59 au point E.

4°) Le triangle ACE est rectangle en C,
donc d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$AE^2 = CA^2 + CE^2$$

$$647^2 \approx CA^2 + 142^2$$

$$418\ 609 \approx CA^2 + 20\ 164$$

$$CA^2 \approx 418\ 609 - 20\ 164$$

$$CA^2 \approx 398\ 445$$

$$CA \approx \sqrt{398\ 445} \approx 631\ m$$

La pente de la route est donc :

$$pente = \frac{142}{631} \approx 0{,}225$$

La pente de la route parcourue par Aurélie est d'environ 22,5%.

Exercice 5 : (20 points)

Une station de ski propose à ses clients trois formules pour la saison d'hiver.

- Formule A : on paie 36,50 € par journée de ski.
- Formule B : on paie 90 € pour un abonnement « SkiPlus » pour la saison, puis 18,50 € par journée de ski.
- Formule C : on paie 448,50 € pour un abonnement « SkiTotal » qui permet ensuite un accès gratuit à la station pendant toute la saison.

1°) Marin se demande quelle formule choisir cet hiver. Il réalise un tableau pour calculer le montant à payer pour chacune des formules en fonction du nombre de journées de ski.
Compléter, sans justifier, le tableau fourni en ANNEXE à rendre avec la copie.

2°) x désigne le nombre de journées de ski.

a) La fonction h représente une situation de proportionnalité car c'est une fonction linéaire.

b) La fonction f définie par $f(x) = 90 + 18{,}5x$ correspond à la formule B.
La fonction g définie par $g(x) = 448{,}5$ correspond à la formule C.
La fonction h définie par $h(x) = 36{,}5x$ correspond à la formule A.

c) Pour déterminer le nombre de journées de ski pour lequel le montant à payer avec les formules A et B est identique, je résous l'équation :

$$36{,}5x = 90 + 18{,}5x$$

$$36{,}5x - 18{,}5x = 90$$

$$18x = 90$$

$$x = \frac{90}{18}$$

$$x = 5$$

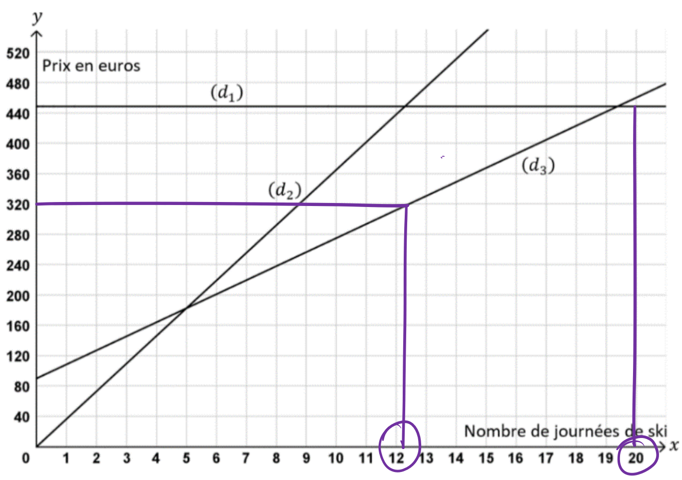
Le montant à payer avec les formules A et B est identique pour 5 journées de ski.

3°)

a) (d_1) est la représentation graphique de la fonction g, (d_2) est celle de la fonction h et (d_3) celle de la fonction f.

b) Avec un budget de 320 euros, Marin peut skier un maximum de 12 jours en choisissant la formule B.

c) Il devient avantageux de choisir la formule C à partir de 20 jours.
(d_1) est en dessous de (d_2) et (d_3).



ANNEXE à rendre avec la copie

Exercice 1 question 5) :

Longueurs	Angles	Périmètre du triangle RST	Aire du triangle RST
$RS = 10\,mm$	$\widehat{RST} = 90°$	$\mathcal{P} = 60\,mm$	$\mathcal{A} = 120\,mm^2$
$ST = 24\,mm$	$\widehat{STR} \approx 23°$		
$RT = 26\,mm$	$\widehat{SRT} \approx 67°$		

Exercice 2 Partie 2 question 2) a) :

Dé vert / Dé rouge	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Exercice 5 question 1) :

Nombre de journées de ski	2	6	10
Formule A	73 €	219 €	365 €
Formule B	127 €	201 €	275 €
Formule C	448,50 €	448,50 €	448,50 €