

Leçon n°4 : Utiliser le calcul littéral pour démontrer un résultat général

Propriété

On peut utiliser une expression littérale pour écrire certaines propriétés des nombres entiers.



Exemples :

- Un nombre entier n étant choisi :
 - Le nombre entier suivant est noté
 - Le nombre entier précédent est noté
- Une suite de trois nombres entiers consécutifs peut s'écrire :
- Un nombre pair s'écrit toujours sous la forme avec k un nombre entier.
- Un nombre impair s'écrit toujours sous la forme ou
- Un multiple de 3 s'écrit et un multiple de 10 s'écrit avec n et p des nombres entiers.

Définition

Deux expressions littérales sont égales si elles donnent toujours le même résultat quelque soient les valeurs numériques attribuées aux lettres.



Propriétés

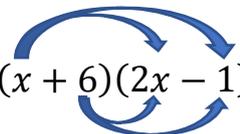
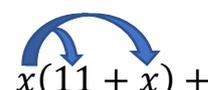
- 🕒 Pour prouver que deux expressions littérales sont toujours égales, on peut les développer et les réduire : cette forme est unique.
- 🕒 Pour prouver que deux expressions littérales ne sont pas égales, on peut se contenter d'un contre-exemple.



Exemples :

① Prouver que $(x + 6)(2x - 1) = x(11 + x) + x^2 - 6$.

Je développe les expressions contenues dans chacun des membres.

$(x + 6)(2x - 1)$ 		$x(11 + x) + x^2 - 6$ 
=		=
=		=
=		=

Les deux expressions ont la même forme développée réduite, elles sont donc

② Jean affirme « Pour tous les nombres a et b , on a $(a + b)^2 = a^2 + b^2$. »

A-t-il raison ?

Avec $a = 2$ et $b = 3$, on a $(a + b)^2 = (\dots + \dots)^2 = \dots^2 = \dots$

alors que $a^2 + b^2 = \dots + \dots = \dots + \dots = \dots$

C'est un -, l'affirmation de Jean est donc

③ Voici deux programmes de calcul.

Démontre que ces deux programmes donnent même résultat quel que soit le nombre choisi.

On note n le nombre choisi au départ.

Programme A

- Choisir un nombre.
- Soustraire 1.
- Élever au carré.
- Soustraire 1.

Programme B

- Choisir un nombre.
- Soustraire 2.
- Multiplier par le nombre choisi

Programme A

- n
- $\dots - \dots$
- $(\dots - \dots)$
- $(\dots - \dots) - \dots$

Donc

$$P_A = (\dots - \dots) - \dots$$

$$P_A = (\dots - \dots)(\dots - \dots) - \dots$$

$$P_A = \dots - \dots - \dots + \dots - \dots$$

$$P_A = \dots - \dots - \dots + \dots - \dots$$

$$P_A = \dots - \dots$$

Quel que soit le nombre n choisi, on a bien $\dots = \dots$

Programme B

- n
- $\dots - \dots$
- $(\dots - \dots) \times \dots = \dots$

Donc $P_B = \dots$

$$P_B = \dots$$

$$P_B = \dots$$

④ Voici un programme de calcul :

Yann dit : « Si on choisit un nombre entier au départ, le résultat final est toujours le double du nombre qui précède le nombre de départ.

A-t-il raison ?

Soit x le nombre choisi.

Programme de calcul

- Choisir un nombre.
- Soustraire 7.
- Multiplier par 4.
- Ajouter 26.
- Soustraire le double du nombre de départ.

$$\bullet x \bullet \dots \bullet \dots \times \dots = \dots \bullet \dots$$

$$\bullet \dots = \dots$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

$$= \underbrace{(\dots - \dots)}_{\text{nombre qui précède} \dots}$$

Yann a, on le double du nombre qui précède le nombre de départ.