

I - Prouver qu'un triangle n'est pas rectangle

Propriété : La contraposée du théorème de Pythagore

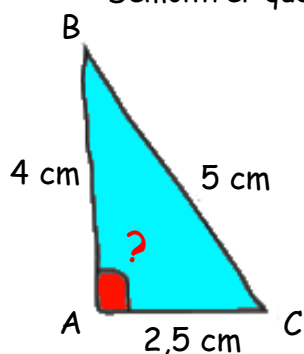
Si, le carré de la longueur du plus côté d'un triangle est égal à la des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle.



Exercice résolu

Énoncé : ABC est un triangle tel que $AB = 4$ cm ; $AC = 2,5$ cm et $BC = 5$ cm.

Démontrer que ABC n'est pas un triangle rectangle.



Une figure à main levée aide à visualiser le problème.

Si ce triangle est rectangle, [BC] est son hypoténuse car c'est le côté le plus long.



Rédaction

Dans le triangle ABC, [BC] est le côté le plus long.

On calcule séparément :

D'une part, $BC^2 = \dots\dots^2 = \dots\dots$

D'autre part, $AB^2 + AC^2 = \dots\dots^2 + \dots\dots^2 = \dots\dots + \dots\dots = \dots\dots$

On constate que : BC^2 $AB^2 + AC^2$.

Si le triangle ABC était rectangle, d'après le théorème de Pythagore, on aurait :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

D'après la du théorème de Pythagore, le triangle ABC n'est pas rectangle.



Grégory Micol

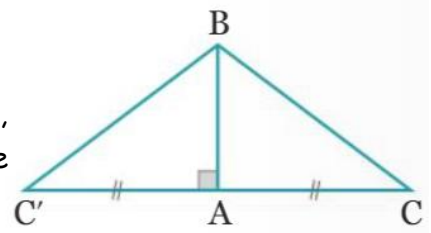
II - Prouver qu'un triangle est rectangle



DÉMONSTRATION



On considère le triangle ABC tel que $BC^2 = AB^2 + AC^2$.
On veut démontrer que le triangle ABC est rectangle. Pour cela,
on commence par tracer un point C' tel que ABC' est un triangle
rectangle en A et qui vérifie $AC = AC'$.



- ① En appliquant le théorème de Pythagore dans le triangle ABC' , montre que $BC = BC'$.

Le triangle ABC' est rectangle en A , donc d'après le théorème de Pythagore, on a :

..... = +

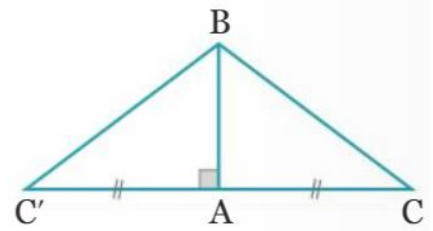
Or, $AC' = \dots\dots\dots$ donc, $BC'^2 = AB^2 + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ On a ainsi : $BC'^2 = \dots\dots\dots$

Puisque BC et BC' sont deux nombres, alors $BC = \dots\dots\dots$

- ② Démontrer que $(AB) \perp (CC')$. Que dire alors de l'angle $\widehat{BAC}$?

Je sais que $BC = \dots\dots\dots$, cela signifie que B est
..... (à la même) de C et C' .

Or, si un point est des extrémités d'un
segment, alors il appartient à la de ce
segment.



Donc, B appartient à la de $[CC']$.

De plus, $AC' = AC$ donc A appartient également à la de $[CC']$.

Par conséquent, la droite (AB) est la de $[CC']$.

Or, la d'un segment est un axe de de ce segment.

Donc, C' est le de C par rapport à (... ..).

Je sais que : $\widehat{BAC'} = \dots\dots\dots$

Or, la symétrie axiale conserve les mesures des

On a alors : $\widehat{BAC} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

- ③ Que peux-tu dire du triangle ABC ?

Puisque $\widehat{BAC} = \dots\dots\dots$, le triangle ABC est en

Propriété (démontrée) : La réciproque du théorème de Pythagore

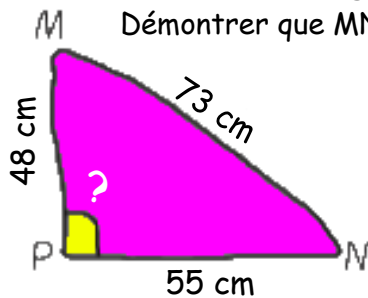
Si dans un triangle, le carré de la longueur du côté le plus est
..... à la des carrés des longueurs des
....., alors ce triangle est et admet
ce plus grand côté comme



Exemple :

Enoncé : MNP est un triangle tel que $MN = 73$ cm ; $NP = 55$ cm et $PM = 48$ cm.

Démontrer que MNP est un triangle rectangle.



Une figure à main levée aide à visualiser le problème.

Si ce triangle est rectangle, [MN] est son hypoténuse car c'est le côté le plus long.



Rédaction

Dans le triangle MNP, [MN] est le côté le plus long.

On calcule séparément :

D'une part, $MN^2 = \dots\dots^2 = \dots\dots$

D'autre part, $PM^2 + PN^2 = \dots\dots^2 + \dots\dots^2 = \dots\dots + \dots\dots = \dots\dots$

On constate que : $MN^2 \quad PM^2 + PN^2$

D'après la du théorème de Pythagore, le triangle MNP est rectangle en P.



Grégory Micol

Bilan méthode

Critères de réussite pour vérifier si un triangle est rectangle ou non



- ① Si non disponible, je fais une figure à main levée du triangle, j'indique le nom des sommets et des longueurs données.
- ② Je repère le côté le plus long et j'écris « Dans le triangle, [.....] est le côté le plus long. »
- ③ Je calcule séparément :
 - le carré de la plus grande longueur
 - la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés
- ④ J'écris « Je constate que : » et compare les deux résultats obtenus.
- ⑤ Je conclus « D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ... est rectangle en ... » en cas d'égalité ou « D'après la contraposée du théorème de Pythagore, le triangle ... n'est pas rectangle. » dans le cas contraire.