Leçon n° 5 : Notions d'agrandissement et de réduction (Rappel)

Définition

Agrandir ou réduire une figure, c'est construire une figure de même …………………… en …………………………………… les longueurs de la figure initiale par un même nombre k strictement positif.

Longueur(s) de la figure initiale $\xrightarrow{\times k}$ Longueur(s) de la figure obtenue

$$k = \frac{longueur\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots}{longueur\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots}$$

Les longueurs doivent exprimées dans la même unité.

Conséquence :
Les dimensions de la figure obtenue lors d'un agrandissement ou d'une réduction sont ………………………………………………… à celles de la figure initiale.

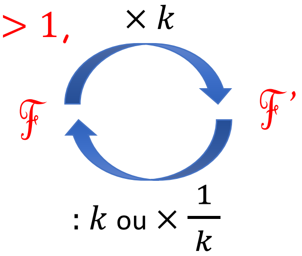
Vocabulaire

Ce coefficient de ………………………………………………… k est appelé le …………………………… ou ………………………………………………   ou encore ……………………………… d'agrandissement ou de réduction.

Pour agrandir une figure, on doit avoir $k >$ … … .
Pour réduire une figure, on doit avoir … … $< k <$ … …
Si $k =$ … … , la figure obtenue est une …………………………………… .

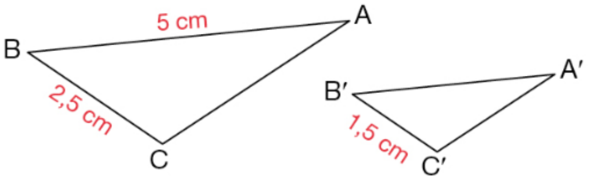
Remarques :

- Pour agrandir ou réduire une figure, on multiplie par k toutes ses longueurs : celles de ses côtés, mais aussi celles de ses diagonales, son périmètre …
- Si une figure $\mathcal{F}'$ est un agrandissement d'une figure $\mathcal{F}$ de rapport $k > 1$, alors la figure $\mathcal{F}$ est une réduction de la figure $\mathcal{F}'$ de rapport $\frac{1}{k}$.



Exemples :

① Le triangle $A'B'C'$ est une réduction du triangle ABC de rapport k.
Calcule la longueur $A'B'$.



$$k = \frac{longueur\ obtenue}{longueur\ initiale} = \frac{1{,}5}{2{,}5} = \ldots\ldots\ldots$$

Le rapport de réduction est ………….. .

Ainsi, $A'B' = 5\ cm \times \ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots\ cm$ $[A'B']$ mesure ……….. cm.

② Un parallélogramme $MNOP$ a un périmètre de 18 cm.

Quel est le périmètre du parallélogramme $M'N'O'P'$ obtenu après un agrandissement du parallélogramme $MNOP$ de coefficient 3 ?

$$\mathcal{P}_{M'N'O'P'} = \ldots\ldots \times \mathcal{P}_{MNOP} = \ldots\ldots \times 18\ cm = \ldots\ldots\ldots\ cm$$

Le périmètre du parallélogramme $M'N'O'P'$ est de ……………… cm.

③ Voici une photo d'un lion de dimension 7 cm sur 4 cm.

Un poster de dimensions 88,2 cm sur 50,4 cm est-il un agrandissement de cette photo ?

Je calcule les quotients :

• $\frac{\quad}{\quad} = \ldots\ldots\ldots$ • $\frac{\quad}{\quad} = \ldots\ldots\ldots$

Les quotients sont ……………………, les longueurs des deux triangles sont donc ………………………………………… .

Le poster est donc un ………………………………………… de la photo de rapport ……………… .

④ Une carte est à l'échelle $\frac{1}{200\,000}$ ou $\times \frac{1}{200\,000}$.

Définition

L'échelle est le rapport d'agrandissement ou de réduction permettant de passer des dimensions réelles d'un objet à celles de sa représentation sur un plan, une carte, une maquette, une photo, etc… , exprimées avec la même unité.

$$\text{Echelle} = \frac{\text{Distance sur le plan}}{\text{Distance réelle}}$$

Remarque : Lors d'une réduction, l'échelle s'écrit comme une fraction de numérateur 1.

1°) Complète : $\frac{1}{500\,000}$ signifie que …… cm sur la carte représente ………………………… cm soit ……… km dans la réalité.

2°) En utilisant le tableau de proportionnalité ci-dessous, réponds aux questions :

× …

Distance réelle (en km)		………	
Distance sur la carte (en cm)	1		………

: …

a) Sur cette carte, la distance entre deux villes est de 3,8 cm.
Quelle est en réalité la distance à vol d'oiseau entre ces deux villes ?

$\ldots\ldots \times \ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots$ La distance à vol d'oiseau entre ces deux villes est ………… km .

b) Deux villes sont distantes de 12,5 km dans la réalité. Quelle distance les sépare sur la carte ?

$\ldots\ldots : \ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots$ Sur la carte, les villes sont distantes de ………… cm.

⑤ Sur une carte, 8 cm représentent 3,2 km dans la réalité.

Détermine l'échelle de cette carte.

$$\text{Echelle} = \frac{\text{Distance sur la carte}}{\text{Distance réelle}} = \frac{\qquad\qquad\qquad \text{cm}}{\qquad\qquad\qquad \text{cm}} = \frac{1}{\ldots\ldots\ldots\ldots}$$

$: \ldots \ldots$

$: \ldots \ldots$

On doit avoir la même unité de longueur.

La carte est à l'échelle $\dfrac{1}{\ldots\ldots\ldots\ldots}$.

⑥ Sur une photographie d'un livre consacré aux insectes, le plus petit insecte du monde nommé Dicopomorpha echmepterygis (c'est une sorte de guêpe) mesure 6 cm. Dans la réalité, il mesure 0,24 mm. Quelle est l'échelle de la photographie ?

Lors d'un agrandissement, l'échelle est plus grande que 1.

$$\text{Echelle} = \frac{\text{Distance sur la photographie}}{\text{Distance réelle}} = \frac{\qquad\qquad mm}{\qquad\qquad mm} = \ldots\ldots\ldots$$

La photographie est à l'échelle … … … … ou $\times$ … … … .

Propriétés

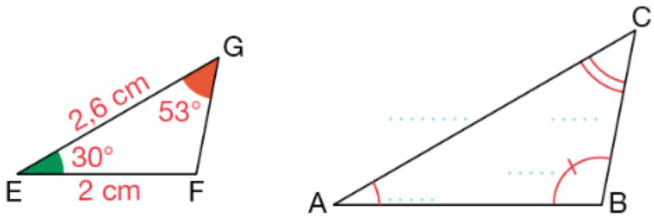
Dans un agrandissement ou une réduction de rapport k, les mesures des angles sont conservées.

Conséquence :

Un agrandissement (ou une réduction) conserve les angles droits et le parallélisme.

Exemple :

Le triangle ABC est un agrandissement du triangle EFG dans le rapport 1,5.



Sans effectuer de mesures, complète, en justifiant, les pointillés à propos des mesures du triangle ABC.

- ✓ Les longueurs du triangle ABC sont obtenues en multipliant les longueurs du triangle EFG par ……………, donc
  AB … … … $\times$ 2 cm = … … … cm et AC … … … $\times$ 2,6 cm = … … … cm
- ✓ Dans un agrandissement, les mesures des angles sont conservées. De plus, la somme des mesures des angles d'un triangle est égale à …………… . On a donc :

  $\widehat{BAC} = \ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots$; $\widehat{ACB} = \ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots$

  et $\widehat{ABC} = \ldots\ldots\ldots - (\ldots\ldots\ldots + \ldots\ldots\ldots) = \ldots\ldots\ldots - \ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots\ldots$