

Leçon n° 6 : Effets d'un agrandissement ou d'une réduction sur les aires et les volumes

Propriétés

Dans un agrandissement ou une réduction de rapport k :

- l'aire d'une surface est multipliée par ;
- le volume d'un solide est multiplié par



DÉMONSTRATION

Soient L , ℓ et h les dimensions du pavé droit vert. On réalise un agrandissement ou une réduction de ce solide de rapport k ($k > 0$).

Le pavé droit obtenu a pour dimensions L' , ℓ' et h' .

On a : $L' = \dots\dots\dots L$; $\ell' = \dots\dots\dots \ell$ et $h' = \dots\dots\dots h$.

$\mathcal{A}$ est l'aire de la face du pavé droit vert de dimensions L et ℓ : $\mathcal{A} = \dots\dots\dots$

$\mathcal{A}'$ est l'aire de la face de dimensions L' et ℓ' : $\mathcal{A}' = \dots\dots\dots$

On en déduit que : $\mathcal{A}' = \dots\dots\dots \times \dots\dots\dots = \underbrace{\dots\dots \times \dots\dots}_{\dots\dots} \times \underbrace{\dots\dots \times \dots\dots}_{\dots\dots} = \dots\dots \times \dots\dots$

$\mathcal{V}$ est le volume du pavé droit vert : $\mathcal{V} = \dots\dots \times \dots\dots \times \dots\dots$

$\mathcal{V}'$ est le volume du pavé droit obtenu : $\mathcal{V}' = \dots\dots \times \dots\dots \times \dots\dots$

On en déduit que : $\mathcal{V}' = \dots\dots\dots \times \dots\dots\dots \times \dots\dots\dots$

$\mathcal{V}' = \underbrace{\dots\dots \times \dots\dots \times \dots\dots}_{\dots\dots} \times \underbrace{\dots\dots \times \dots\dots \times \dots\dots}_{\dots\dots} = \dots\dots \times \dots\dots$

Exemples :

① Un rectangle $KLMN$ a une aire de 20 cm^2 .

Quelle est l'aire du rectangle $K'L'M'N'$ obtenu après un agrandissement de rapport 5 ?

$$\mathcal{A}_{K'L'M'N'} = \dots\dots \times \mathcal{A}_{KLMN} = \dots\dots \times 20 \text{ cm}^2 = \dots\dots \text{ cm}^2$$

L'aire du rectangle $K'L'M'N'$ est de cm^2 .

② Une pyramide a un volume $\mathcal{V}$ de 150 cm^3 .

Quel sera son volume $\mathcal{V}'$ après une réduction de rapport 0,6 ?

$$\mathcal{V}' = \dots\dots \times \mathcal{V} = \dots\dots \times \dots\dots \text{ cm}^3 = \dots\dots \text{ cm}^3$$

Le volume de la pyramide réduite est de cm^3 .

③ Une figure a une aire de 20 cm^2 . Après transformation, elle a une aire de 320 cm^2 .

Quel est le rapport d'agrandissement ou de réduction ?

Soit k le rapport ($320 > 20$).

On a : $20 \text{ cm}^2 \times k \text{} = 320 \text{ cm}^2$ donc $k \text{} = \text{.....} = \text{.....}$

$k > 0$, donc $k = \text{.....} = \text{.....}$

Le rapport est de