

Leçon n° 12 : Être ou ne pas être des droites parallèles

I - Contraposée du théorème de Thalès

Contraposée du théorème de Thalès

Les droites (BM) et (CN) sont sécantes en A.

Si deux des trois rapports $\frac{AM}{AB}$, $\frac{AN}{AC}$ et $\frac{MN}{BC}$ ne sont pas égaux, alors les droites (MN) et (BC) sont parallèles.



Exemple : Extrait sujet de brevet (Amérique du Nord 2019, exercice 1).

On considère la figure ci-contre, réalisée à main levée et qui n'est pas à l'échelle.

On donne les informations suivantes :

- les droites (ER) et (FT) sont sécantes en A ;
- $AE = 8 \text{ cm}$, $AF = 10 \text{ cm}$, $EF = 6 \text{ cm}$;
- $AR = 12 \text{ cm}$, $AT = 14 \text{ cm}$.

(Q2.) Les droites (EF) et (RT) sont-elles parallèles ?

Les droites () et () sont sécantes en

On calcule séparément :

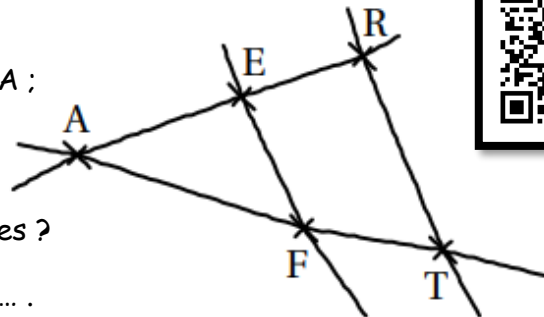
D'une part, $\frac{AE}{AR} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$ D'autre part, $\frac{AF}{AT} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$

$\dots\dots\dots \times \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ et $\dots\dots\dots \times \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

Les produits en croix ,

donc $\frac{AE}{AR} \dots\dots\dots \frac{AF}{AT}$.

D'après la du théorème de Thalès, les droites () et () ne sont pas



On peut aussi comparer :

$\frac{AE}{AR} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots$

et $\frac{AF}{AT} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots$

II - Réciproque du théorème de Thalès

Réciproque du théorème de Thalès

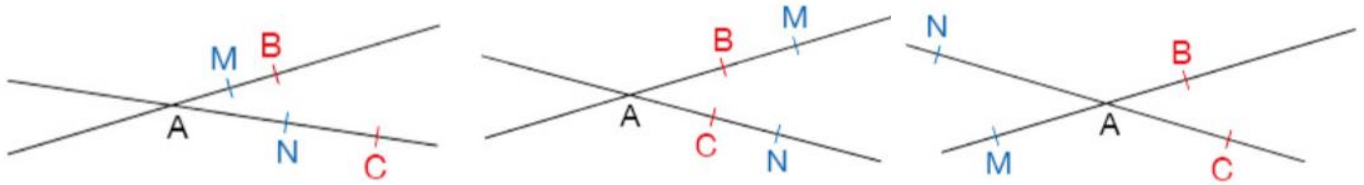
Les droites (BM) et (CN) sont sécantes en A.

Si les rapports $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$ sont,

et si les points A, M, B d'une part et A, N, C d'autre part sont dans le même, alors les droites (MN) et (BC) sont

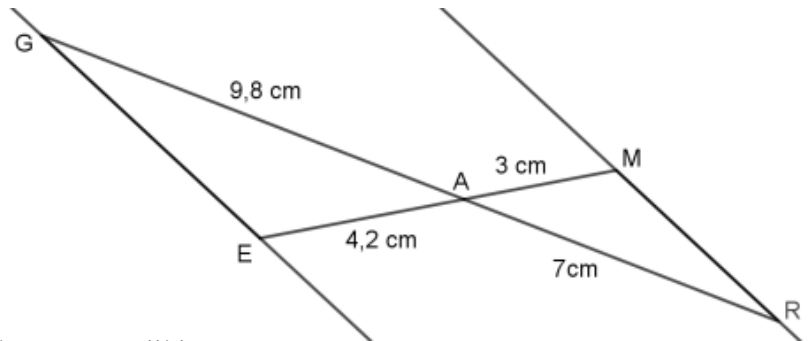


Les 3 configurations possibles de points A, B, M et A, C, N dans le même ordre.



Exemple : Extrait sujet de brevet (Polynésie 2022, exercice 1).

(Q2.) Sur la figure ci-dessous, qui n'est pas à l'échelle, les points G, A et R sont alignés et les points E, A et M sont alignés.



Affirmation 2 : Les droites (GE) et (MR) sont parallèles.

Dire si l'affirmation est vraie ou fausse en expliquant soigneusement ta réponse.

Les droites () et () sont sécantes en

On calcule séparément :

D'une part, $\frac{AG}{A} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots$ D'autre part, $\frac{A}{A} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots$

donc $\frac{A}{A} \dots\dots\dots \frac{A}{A}$.

De plus, les points d'une part et les points d'autre part sont dans le même

D'après la du théorème de Thalès, les droites () et () sont

Remarques :

- L'égalité est à vérifier uniquement pour les deux rapports « principaux » ;
- La réciproque ne sert qu'à démontrer le parallélisme de deux droites ;
- Attention, il ne faut pas utiliser des valeurs approchées pour affirmer que deux rapports sont égaux.

