Fiche 17 : Indicateurs d'une série statistique

I - Indicateur (caractéristique) de position (ou de tendance centrale) 1 : La moyenne

A) Moyenne simple

Définition

La moyenne d'une série statistique est donnée par la formule :

$$m = \frac{\text{somme des valeurs}}{\text{effectif total}}.$$

Exemple 1 :

Ce tableau présente les distances, en km, parcourues chaque jour par Louis lors d'une randonnée d'une durée de 6 jours.

35	54	40	60	45	60

a) Calcule la distance moyenne journalière parcourue par Louis :

$$m = \frac{\quad + \quad + \quad + \quad + \quad + \quad}{\qquad} = \frac{\qquad}{\qquad} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

La distance moyenne journalière parcourue par Louis est de …………… km.

b) Complète :

« Louis aurait parcouru la même distance totale s'il avait chaque jour parcouru …………… km. »

Exemple 2 :

Les trois chats de Mario pèsent 3,5 kg, 3,7 kg et 4,2 kg.

a) On se propose de calculer leur poids moyen. Complète :

$$m = (\ldots\ldots\ldots + \ \ldots\ldots\ldots + \ \ldots\ldots\ldots) : \ldots\ldots\ldots = \ \ldots\ldots\ldots : \ldots\ldots\ldots = \ \ldots\ldots\ldots$$

b) Mario recueille un nouveau chat qui pèse 4 kg. Sans faire aucun calcul, explique comment évolue le poids moyen des chats de Mario.

………

Exemple 3 :

Voici les scores de Paul lors de 6 parties d'un jeu vidéo : 100 180 140 150 110 90

Quel score Paul doit-il réaliser à la partie suivante pour que son score moyen sur les 7 parties soit 140 ?

………

………

………

………

………

………

B) Moyenne pondérée

Lorsque des valeurs apparaissent plusieurs fois, on peut alors calculer une moyenne pondérée par ces effectifs.

En statistiques, on emploie le mot « pondéré » au sens de coefficient (ou de poids).
Plus une valeur a un coefficient élevé, plus cette valeur influe sur la moyenne.

Définition

La moyenne d'une série statistique, pondérée par les effectifs, est obtenu en :

- en additionnant les produits de chaque valeur par son effectif ;
- puis en divisant cette somme par l'effectif total de la série.

$$m = \frac{\text{somme des produits des valeurs par leur effectif}}{\text{effectif total}}$$

Exemple 1 :

Voici la répartition du nombre de buts marqués par le Racing Club de France Football lors de la saison 1959-1960. Ce club détient à ce jour le record de buts marqués en une saison dans le championnat professionnel français en ayant pourtant fini à la 3ème place.

Nombre de buts	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Effectif	5	6	6	5	7	3	3	1	1	1

On souhaite calculer une valeur approchée au dixième du nombre moyen de buts marqués par matchs.

$$m = \frac{0\times .... + 1\times .... + 2\times .... + 3\times .... + 4\times .... + 5\times .... + 6\times .... + 7\times .... + 8\times .... + 9\times ....}{..... + ... + ... + ... + ... + ... + ... + ... + ... + ...}$$

$$m = \frac{..........}{.........} \approx ....$$

Le nombre moyen de buts marqués par match par le Racing Club de France Football est d'environ ………… buts.

Lorsque le nombre de valeur est importante, tu peux aussi ajouter une ligne « produit » et une colonne « Total » à ton tableau.

Exemple 2 :

Ce tableau présente les salaires annuels, exprimés, en milliers d'euros, des employés d'une entreprise.

Salaire	16	18	20	25	36	46	50	Total
Effectif	3	2	7	6	5	1	1	………
Produit	………	………	………	………	………	………	………	………

16×3

a) Complète le tableau et calcule le salaire annuel moyen d'un salarié.

$$m = \frac{\quad + \quad + \quad + \quad + \quad + \quad + \quad}{\quad + \quad + \quad + \quad + \quad + \quad + \quad}$$

$$m = \frac{\qquad}{\qquad} = ……………$$

b) Complète : « La masse salariale totale aurait été la même dans cette entreprise si chaque salarié avait reçu ……………………… € par an ».

Remarques sur la moyenne :

- La moyenne est toujours comprise entre la plus petite et la plus grande des valeurs.
- La moyenne n'est pas nécessairement une valeur de la série.
- En général, la moyenne n'est pas la moyenne de la plus petite et de la plus grande valeur.
- La moyenne est un indicateur de position : elle donne une tendance générale sur la série mais ne donne pas de renseignements sur la manière dont sont réparties les valeurs autour de cette moyenne.
- La moyenne est un indicateur sensible aux valeurs extrêmes.

II – Indicateur (caractéristique) de position (ou de tendance centrale) 2 : La médiane

Définition

On appelle **médiane** d'une série statistique **ordonnée** un nombre qui partage cette série en deux groupes de même effectif. Autrement dit, il y a au moins 50 % des valeurs de la série sont inférieures ou égales à la médiane et au moins 50 % des valeurs de la série sont supérieures ou égales à la médiane.

Exemple 1 : Déterminer la médiane d'une série donnée sous forme de liste.

On étudie les notes de deux élèves d'une classe de 3ème.

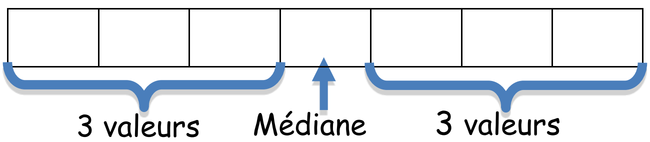
☺ Notes de Camel : 12 – 6 – 16 - 4 – 15 – 19 - 10

Méthode

① On range les valeurs dans l'ordre croissant.

② Je cherche la médiane, valeur centrale de la série.

③ Interprétation si demandée :
Je rédige une phrase qui replace le résultat obtenu dans le contexte de l'exercice.



L'effectif total est **impair** avec $7 = 2 \times \dots\dots + 1$.
La médiane est donc la ……ème valeur de la série ordonnée, c'est-à-dire ……… .

Au moins 50% (la moitié) des notes de Camel sont inférieures ou égales à ……… (et au moins 50% des notes sont supérieures ou égales à ………).

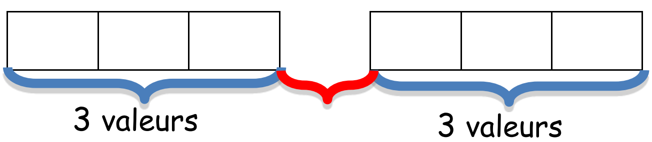
☺ Notes de Léna : 17 – 10 – 8 – 15 – 13 – 11

Méthode

① On range les valeurs dans l'ordre croissant.

② Je cherche la médiane.
Attention, on pourrait prendre tout nombre compris entre ……… et …… mais par convention, lorsque l'effectif est pair, la médiane est la …………………………… des deux valeurs centrales.

③ Interprétation si demandée.



L'effectif total est **pair** avec $6 = 2 \times \dots\dots$.
La médiane est donc la ……………………… des ……ème et ……ème valeurs de la série ordonnée, c'est-à-dire

$$\frac{\dots\dots + \dots\dots}{2} = \frac{\dots\dots}{2} = \dots\dots\dots .$$

Au moins 50% des notes de Léna sont inférieures ou égales à ……… (et au moins 50% des notes sont supérieures ou égales à ………).

Remarques sur la médiane :

- La médiane n'est pas nécessairement une valeur de la série. Si l'effectif est impair, c'est une valeur de la série. Si l'effectif est pair, c'est possible mais pas obligatoire.
- Une médiane est un indicateur de position : elle donne une tendance générale sur la série mais pas sur la répartition des valeurs.
- La médiane n'est pas influencée par les valeurs extrêmes de la série, contrairement à la moyenne.

Exemple 2 : Déterminer la médiane d'une série donnée sous forme d'un tableau.

Le tableau ci-dessous donne les notes sur 10 des élèves à un concours de mathématiques.

Notes	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Effectif	0	12	34	16	8	42	21	10	19	2	1

Méthode

① J'ajoute une ligne au tableau pour calcule les effectifs cumulés croissants (ECC).
② A partir de l'effectif total, je détermine la position de la médiane.
③ Je cherche la médiane.
④ Interprétation si demandée.

Notes	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Effectif	2	12	34	16	8	42	21	10	19	2	1
Effectif cumulé croissant	2	14	……	……	……	……	……	……	……	……	……

L'effectif total est …………………… avec $167 = 2 \times \ldots\ldots\ldots + 1$, donc la médiane est la ………..ème valeur de la série ordonnée.

De la 1ère à la 2ème valeur, ce sont des 0.
De la 3ème à la 14ème valeur, ce sont des 1.
De la 15ème à la ………..ème valeur, ce sont des 2.
De la ………..ème à la ………..ème valeur, ce sont des 3.
De la ………..ème à la ………..ème valeur, ce sont des 4. Etc…

La note médiane est donc ………… .

Au moins 50% (la moitié) des élèves ont obtenu une note inférieure ou égale à ……… (et au moins 50% des élèves ont obtenu une note supérieure ou égale à ………).

III – Indicateur (caractéristique) de dispersion : L'étendue

Définition

L'étendue d'une série statistique est la différence entre la plus …………………… et l plus …………………… des valeurs de la série.

Remarques sur l'étendue :

- L'étendue est un indicateur de dispersion, elle nous renseigne sur le regroupement ou la dispersion des valeurs d'une série.
- L'étendue est très sensible aux valeurs extrêmes.

Exemple : Calculer l'étendue des 2 séries de notes suivantes :

Notes de Yann : 15 – 4 – 14 - 7 – 13 – 9 – 18 L'étendue des notes de Yann est …… − …… = ……

Notes de Carla : 14 – 11 – 9 – 15 – 10 – 12 L'étendue des notes de Carla est …… − …… = ……

Les notes de Carla sont moins ……………………………………… que celles de Yann.