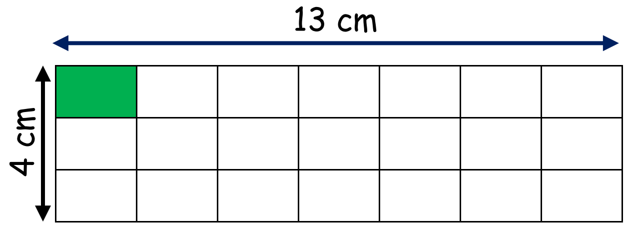
Leçon n° 18 : Multiplication de nombres rationnels

SITUATION PROBLÈME



Sur la figure ci-contre, les longueurs ne sont pas respectées.
On veut calculer l'aire du rectangle vert par deux méthodes différentes.

1ère méthode	2ème méthode
L'aire du rectangle vert est le produit de sa longueur par sa largeur : Longueur du rectangle vert : $\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$ Largeur du rectangle vert : $\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$	L'aire du rectangle vert est aussi une fraction du grand rectangle : Aire du grand rectangle : … … … × … … Nombre de rectangles verts nécessaires pour paver le grand rectangle : … … × … …

Aire du rectangle vert : $\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} \times \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots \times \ldots\ldots}{\ldots\ldots \times \ldots\ldots}$

On en déduit la règle ci-dessous :

Propriété

Pour multiplier deux nombres en écriture fractionnaire :

- on multiplie les ………………………………… entre eux ;
- on multiplie les ………………………………… entre eux.

Soient a, b, c et d des nombres relatifs avec $b \neq 0$ et $d \neq 0$:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{\ldots\ldots \times \ldots\ldots}{\ldots\ldots \times \ldots\ldots} \quad \text{et} \quad a \times \frac{c}{d} = \frac{a}{\ldots\ldots} \times \frac{c}{d} = \frac{\ldots\ldots \times \ldots\ldots}{\ldots\ldots \times \ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots \times \ldots\ldots}{\ldots\ldots}$$

Exemples :

Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

Méthode

① On regarde s'il y a des nombres négatifs. Si c'est le cas, on commence par déterminer le signe du produit en appliquant la règle des signes.

② Sans réfléchir, j'écris les multiplications des distances à zéro des numérateurs et des dénominateurs.

③ Si je peux, j'effectue les produits de tête, puis je simplifie la fraction obtenue si besoin.

④ Si NON, je décompose chaque nombre afin de trouver des diviseurs communs aux numérateurs et aux dénominateurs pour simplifier au maximum avant d'effectuer la multiplication.
On peut également utiliser la décomposition en produit de facteurs premiers.
On simplifie en rayant les nombres identiques au numérateur ET au dénominateur. On revient à l'étape ③.

① $A = \dfrac{-3}{4} \times \dfrac{5}{7}$

$A = \dfrac{\ldots\ldots \times \ldots\ldots}{\ldots\ldots \times \ldots\ldots}$

$A = \dfrac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$

② $B = 8 \times \dfrac{7}{3}$

$B = \dfrac{8}{\ldots\ldots} \times \dfrac{7}{3}$

$B = \dfrac{\ldots\ldots \times \ldots\ldots}{\ldots\ldots \times \ldots\ldots}$

$B = \dfrac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$

③ $C = \dfrac{-5}{4} \times \dfrac{6}{-7}$

$C = \dfrac{\ldots\ldots \times \ldots\ldots}{\ldots\ldots \times \ldots\ldots}$

$C = \dfrac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$

$C = \dfrac{\ldots\ldots \times \ldots\ldots}{\ldots\ldots \times \ldots\ldots}$

$C = \dfrac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$

④ $D = \dfrac{36}{15} \times \dfrac{21}{16}$

$D = \dfrac{\ldots\ldots \times \ldots\ldots}{\ldots\ldots \times \ldots\ldots}$

$D = \dfrac{\ldots\ldots \times \ldots\ldots \times \ldots\ldots \times \ldots\ldots}{\ldots\ldots \times \ldots\ldots \times \ldots\ldots \times \ldots\ldots}$

$D = \dfrac{\ldots\ldots \times \ldots\ldots}{\ldots\ldots \times \ldots\ldots}$

$D = \dfrac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$

Dans ce cas, il est plus judicieux de chercher à simplifier avant d'effectuer les produits.
36 et 16 sont des multiples de …… :
$36 = \ldots \times \ldots$ et $16 = \ldots \times \ldots$
et 21 et 15 multiples de …… :
$21 = \ldots \times \ldots$ et $15 = \ldots \times \ldots$.
On remplace et on simplifie.