

Fiche 5 : Démontrer qu'un triangle est rectangle ou non
à l'aide de l'égalité de Pythagore

I - Prouver qu'un triangle est rectangle.

Propriété : La réciproque du théorème de Pythagore

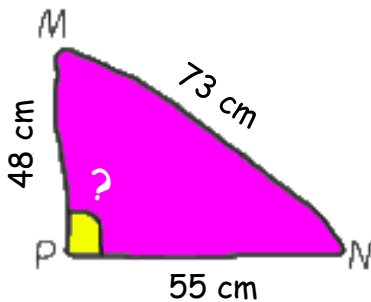
Si dans un triangle, le carré de la longueur du côté le plus est égal à la des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors ce triangle est et admet ce plus grand côté comme



Exercice résolu :

Enoncé : MNP est un triangle tel que $MN = 73$ cm ; $NP = 55$ cm et $PM = 48$ cm.

Démontrer que MNP est un triangle rectangle.



Une figure à main levée aide à visualiser le problème.

Si ce triangle est rectangle, [MN] est son hypoténuse car c'est le côté le plus long.



Rédaction

Dans le triangle MNP, [] est le côté le plus long.

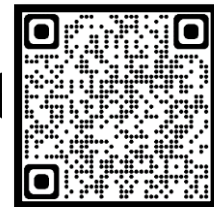
On calcule séparément :

D'une part, $MN = \dots = \dots$

D'autre part, $PM + PN = \dots + \dots = \dots + \dots = \dots$

On constate que : $MN \quad PM + PN$

D'après la du théorème de Pythagore, le triangle MNP est rectangle en ...



G. Micol

II - Prouver qu'un triangle n'est pas rectangle.

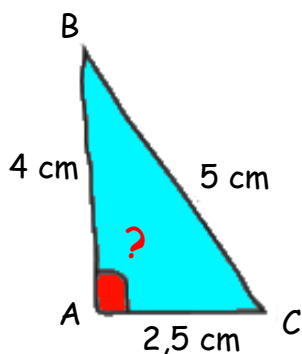
Propriété : La contraposée du théorème de Pythagore

Si dans un triangle, le carré de la longueur du côté le plus est égal à la des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle.



Exercice résolu :

Énoncé : ABC est un triangle tel que $AB = 4 \text{ cm}$; $AC = 2,5 \text{ cm}$ et $BC = 5 \text{ cm}$.
Démontrer que ABC n'est pas un triangle rectangle.



Une figure à main levée aide à visualiser le problème.

Si ce triangle est rectangle, [BC] est son hypoténuse car c'est le côté le plus long.



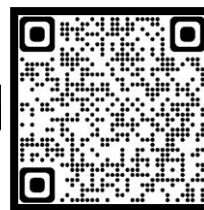
Rédaction

Dans le triangle ABC, [] est le côté le plus long.

On calcule séparément :

D'une part, $BC = \dots = \dots$

D'autre part, $AB + AC = \dots + \dots = \dots + \dots = \dots$



G. Micol

On constate que : BC $AB + AC$.

Si le triangle ABC était rectangle, d'après le théorème de Pythagore, on aurait :

$$BC \quad AB + AC$$

D'après la du théorème de Pythagore, le triangle ABC n'est pas rectangle.

Bilan méthode

Critères de réussite pour vérifier si un triangle est rectangle ou non



- ① Si non disponible, je fais une figure à main levée du triangle, j'indique le nom des sommets et des longueurs données.
- ② Je repère le côté le plus long et j'écris « Dans le triangle, [.....] est le côté le plus long. »
- ③ Je calcule séparément :
 - le carré de la plus grande longueur
 - la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés
- ④ J'écris « Je constate que : » et compare les deux résultats obtenus.
- ⑤ Je conclus « D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ... est rectangle en ... » en cas d'égalité ou « D'après la contraposée du théorème de Pythagore, le triangle ... n'est pas rectangle. » dans le cas contraire.

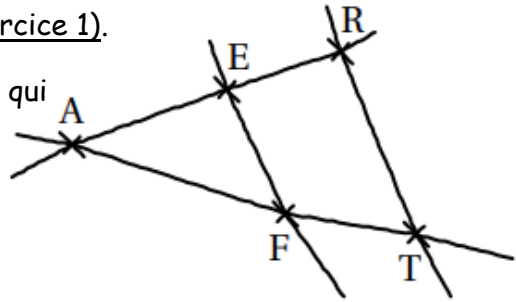
A ton tour

① Extrait sujet de brevet (Amérique du Nord 2019, exercice 1).

On considère la figure ci-contre, réalisée à main levée et qui n'est pas à l'échelle.

On donne les informations suivantes :

- les droites (ER) et (FT) sont sécantes en A ;
- $AE = 8 \text{ cm}$, $AF = 10 \text{ cm}$, $EF = 6 \text{ cm}$;
- $AR = 12 \text{ cm}$, $AT = 14 \text{ cm}$.



Q1. Démontrer que le triangle AEF est rectangle en E.

Dans le triangle, [.....] est le côté le plus long.

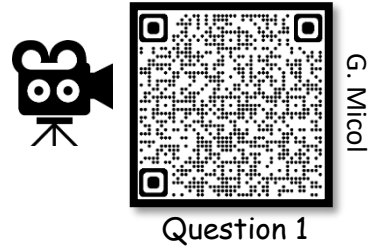
On calcule séparément :

D'une part,² =² =

D'autre part,² +² =² +² = + =

On constate que : +

D'après la du théorème de Pythagore, le triangle
.....



② Extrait sujet de brevet (Centres Etrangers 2022, exercice 1, partie B).

On considère le triangle CDE tel que : $CD = 3,6 \text{ cm}$; $CE = 4,2 \text{ cm}$ et $DE = 5,5 \text{ cm}$.

Le triangle CDE est-il rectangle ?

Dans le triangle, [.....] est le côté le plus long.

On calcule séparément :

D'une part,² =² =

D'autre part,² +² =² +² = + =

On constate que : +

D'après la du théorème de Pythagore, le triangle
.....

