

Leçon n°20 : Puissance d'un nombre relatif et écriture scientifique

I - Puissance de base quelconque

A) Puissance d'exposant positif (Rappel)

Définitions et vocabulaire

Soit a un nombre relatif.

Le produit $\underbrace{a \times a}_{2 \text{ facteurs}}$ se note a^2 et se lit « a au ».

a est appelé la et 2 l'.....

Le produit $\underbrace{a \times a \times a}_{3 \text{ facteurs}}$ se note a^3 et se lit « a au ».

De façon générale : Pour tout nombre entier n positif non nul,

$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{\dots \text{ facteurs égaux à } a}$ est appelé $n^{\text{ième}}$ de a

et se lit « a n » (ou « a puissance n »).



Cas particuliers : On a : $a^1 = a$ et si $a \neq 0$, $a^0 = 1$

Exemples : ① $6^2 = \underbrace{\dots \times \dots}_{2 \text{ facteurs}} = \dots$ ② $7^3 = \underbrace{\dots \times \dots \times \dots}_{3 \text{ facteurs}} = \dots$

③ $2^5 = \underbrace{\dots \times \dots \times \dots \times \dots \times \dots}_{5 \text{ facteurs}} = \dots$ ④ $35^1 = \dots$ ⑤ $320^0 = \dots$

Propriétés

• Une puissance d'un nombre positif est toujours

• Une puissance d'un nombre négatif est :

➤ positive si l'exposant est ; ①

➤ négative si l'exposant est ②

**Pair
Positif**



Exemples : ① $(-2)^4$ est ② $(-5)^3$ est



Attention au rôle des parenthèses. Un exposant ne concerne que ce qui le précède immédiatement. Il ne faut donc pas confondre :

$(-8)^2 = \dots \times \dots = \dots$ et $-8^2 = \dots \times \dots = \dots$, donc $(-8)^2 \dots -8^2$

Cas particulier : Le carré d'un nombre est toujours



Avec la calculatrice

Pour effectuer les calculs de puissance à l'aide de ta calculatrice, utilise les touches



x^2

Mettre au carré

x^3

Mettre au cube

$x^\square$

Puissance d'exposant quelconque

x^2

x^n



TI Collège +



B) Puissance d'exposant négatif

Exemple :

5^3	5^2	$5^{\dots}$	$5^{\dots}$	$5^{\dots}$	$5^{\dots}$	$5^{\dots}$
125	25					

Diagram illustrating the relationship between powers of 5. Arrows show division (÷ ...) from left to right and multiplication (× ...) from right to left.

Définition

a est un nombre relatif non nul et n un nombre entier positif.

$$a^{-n} \text{ désigne l'..... de } a^n \text{ et } a^{-n} = \frac{1}{\dots\dots\dots}$$



Cas particulier : $a^{-1} = \frac{1}{a^{\dots\dots\dots}} = \frac{1}{\dots\dots\dots}$

Exemples :

① $4^{-3} = \frac{1}{\dots\dots\dots} = \frac{1}{\dots\dots\dots}$

② $(-5)^{-4} = \frac{1}{\dots\dots\dots} = \frac{1}{\dots\dots\dots}$

③ $12^{-1} = \frac{1}{\dots\dots\dots}$

Remarque : Le signe d'une puissance ne dépend pas du signe de l'exposant.

C) Calculer avec des puissances

Propriétés : Règles de calculs sur les puissances (non obligatoires mais bien pratiques)

a et b sont deux nombres relatifs, m et n sont deux nombres entiers relatifs.

Produit de puissances : $a^m \times a^n = a^{\dots\dots\dots + \dots\dots\dots}$

Quotient de puissances : $\frac{a^m}{a^n} = a^{\dots\dots\dots - \dots\dots\dots}$ (pour $a \neq 0$)

Puissance de puissances : $(a^m)^n = a^{\dots\dots\dots \times \dots\dots\dots}$



Il n'y a pas de règle de calcul pour les additions et soustractions de puissances.

Exemples : Ecris les nombres suivants sous la forme d'une seule puissance.

$$5^7 \times 5^2 = \dots\dots\dots$$

$$10^6 \times 10^4 = \dots\dots\dots$$

$$\frac{4^8}{4^3} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{10^8}{10^{-3}} = \dots\dots\dots$$

$$(4^7)^2 = \dots\dots\dots$$

$$(10^4)^{-3} = \dots\dots\dots$$

II - Utiliser les puissances de 10

A) Ecriture décimale et multiplication par une puissance de 10

Propriétés

n désigne toujours un nombre entier supérieur ou égal à 1.

On note 10^n le produit de n facteurs tous égaux à 10 :

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10}_{\text{..... facteurs égaux à 10}} = 1 \underbrace{0 \dots 0}_{\text{... zéros après le 1}}$$

On note 10^{-n} l'inverse de 10^n .

$$10^{-n} = \frac{1}{10} = \frac{1}{\underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10}_{\text{..... facteurs égaux à 10}}} = \frac{1}{\underbrace{1 \underbrace{0 \dots 0}_{\text{... zéros après le 1}}}} = \underbrace{0,0 \dots 0}_{\text{... zéros avant le 1}} 1$$



Exemples :

$$10^3 = 1 \underbrace{000}_{\text{3 zéros}}$$

Mille

$$10^6 = 1 \underbrace{000\ 000}_{\text{6 zéros}}$$

1 million

$$10^9 = 1 \underbrace{000\ 000\ 000}_{\text{9 zéros}}$$

1 milliard

$$10^{-1} = \underbrace{0}_{\text{1 zéro}}, 1$$

1 dixième

$$10^{-6} = \underbrace{0,000\ 00}_{\text{6 zéros}} 1$$

1 millionième

$$10^{-9} = \underbrace{0,000\ 000\ 00}_{\text{9 zéros}} 1$$

1 milliardième

Propriétés

n est un nombre entier positif

- Multiplier un nombre décimal par 10^n revient à décaler la virgule de rangs vers la (on complète par des zéros si nécessaire).
- Multiplier un nombre décimal par 10^{-n} revient à décaler la virgule de rangs vers la (on complète par des zéros si nécessaires).

Exemples : ① $4,78 \times 10^6 = 4 \underbrace{780\ 000}_{\text{+6}}$

② $132,9 \times 10^{-5} = \underbrace{0,001\ 329}_{\text{-5}}$

B) Ecriture (notation) scientifique

Définitions

Tout nombre décimal non nul peut être écrit en **notation scientifique**, c'est-à-dire sous la forme $a \times 10^n$, où a est un nombre décimal ayant **un seul chiffre non nul avant la virgule** ($1 \leq a < 10$) et où n est un nombre **entier relatif**.
 a est appelé la **mantisse** du nombre.



Exemples :

① $675\,000 = \dots, \dots \times 10^{\dots}$

② $0,002\,94 = \dots, \dots \times 10^{\dots}$

Méthode

En partant de la gauche, on commence par repérer le 1^{er} chiffre non nul. Ce sera le chiffre des unités de notre mantisse.
 L'exposant indique le nombre de rangs dont il faut déplacer la virgule vers la gauche ou vers la droite pour obtenir le nombre de départ (il est positif pour les nombres plus grands que 1 et négatif dans le cas contraire).



③ $96\,400 \times 10^{10} = \dots, \dots \times 10^{\dots} \times 10^{10} = \dots, \dots \times 10^{\dots + 10} = \dots, \dots \times 10^{\dots}$

④ $0,075\,8 \times 10^5 = \dots, \dots \times 10^{\dots} \times 10^5 = \dots, \dots \times 10^{\dots + 5} = \dots, \dots \times 10^{\dots}$

Remarques :

$$10^m \times 10^n = 10^{m+n}$$



La notation scientifique permet de lire et comprendre plus simplement les très grands nombres (puissances de 10 d'exposant positif) et les très petits nombres positifs proches de 0 (puissances de 10 d'exposant négatif).



Avec la calculatrice

Obtenir l'écriture scientifique de 0,000 007 85.

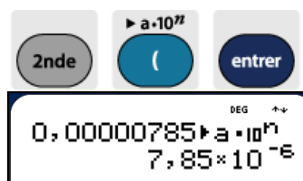
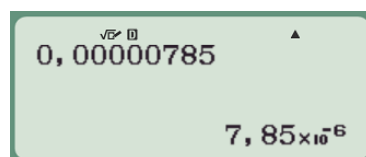
On tape le nombre sur sa calculatrice, puis on utilise les touches



SECONDE



EXE



Remarques :

✚ La notation scientifique permet de donner un **ordre de grandeur** d'un nombre :

$$A = 4\,265\,000\,000 = 4,265 \times 10^9$$

$$B = 0,000\,076 = 7,6 \times 10^{-5}$$

..... est plus proche de que de, donc $\times 10^{\dots}$ est un ordre de grandeur de A .

..... est plus proche de que de, donc $\times 10^{\dots}$ est un ordre de grandeur de B .

✚ La notation scientifique d'un nombre permet aussi d'obtenir pour ce nombre un **encadrement entre deux puissances de 10** :

$$\text{Pour } A : \underbrace{10^{\dots}}_{1 \times 10^9} < 4,265 \times 10^9 < \underbrace{10^{\dots}}_{10 \times 10^9}$$

$$\text{Pour } B : \underbrace{10^{\dots}}_{1 \times 10^{-5}} < 7,6 \times 10^{-5} < \underbrace{10^{\dots}}_{10 \times 10^{-5}}$$

- ✚ Pour **comparer** deux nombres, on peut utiliser leurs écritures scientifiques en commençant par comparer les exposants des puissances de 10 (①). Si les exposants sont égaux, on compare les mantisses (②).

$$\textcircled{1} 3,45 \times 10^7 < 1,8 \times 10^8$$

$$\textcircled{2} 2 \times 10^{-5} > 1,5 \times 10^{-5}$$

C) Puissances de 10 et préfixes multiplicateurs

Définition

Quand on utilise des grandeurs très proches de 0 ou très grandes, on peut utiliser des préfixes devant l'unité pour simplifier l'écriture de mesures exprimées en puissances de 10 de certaines unités.

	× 1 000	× 1 000	× 10	× 10	× 10	÷ 10	÷ 10	÷ 10	÷ 1 000	÷ 1 000	
Préfixe	<u>giga</u>	<u>mega</u>	<u>kilo</u>	<u>hecto</u>	<u>déca</u>	<u>unité</u>	<u>déci</u>	<u>centi</u>	<u>milli</u>	<u>micro</u>	<u>nano</u>
Symbole	<i>G</i>	<i>M</i>	<i>k</i>	<i>h</i>	<i>da</i>		<i>d</i>	<i>c</i>	<i>m</i>	<i>μ</i>	<i>η</i>
Puissance de 10	10^9	10^6	10^3	10^2	10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}

$\xleftarrow{\times 1\,000}$

 $\xrightarrow{\div 1\,000}$

Plus grand que l'unité
Plus petit que l'unité

Exemples :

$$\textcircled{1} 79 \text{ MHz} = 79 \times 10^6 \text{ Hz} = \dots \text{ Hz} \quad \textcircled{2} 8 \mu\text{L} = 8 \times 10^{-6} \text{ L} = \dots \text{ L}$$

$$\textcircled{3} 32 \times \underbrace{10^9}_{1\dots\dots\dots} \text{ g} = \dots\dots\dots$$

$$\textcircled{4} 4,6 \times \underbrace{10^{-3}}_{1\dots\dots\dots} \text{ g} = 4,6 \dots\dots\dots$$

$$\textcircled{5} 132 \times \underbrace{10^3}_{1\dots\dots\dots} \Omega (\text{Ohm}) = 132 \dots\dots\dots$$

$$\textcircled{6} 17 \times \underbrace{10^{-9}}_{1\dots\dots\dots} \text{ m} = 17 \dots\dots\dots$$

$$\textcircled{7} 67 \times \underline{10^5} \text{ W(att)} = 67 \times 10^{\dots\dots\dots} \times \underbrace{10^{\dots\dots\dots}}_{1\dots\dots\dots} \text{ W} = \dots\dots\dots \text{ W}$$

$$\textcircled{8} 5,6 \times \underline{10^{-8}} \text{ s} = 5,6 \times 10^{\dots\dots\dots} \times \underbrace{10^{\dots\dots\dots}}_{1\dots\dots\dots} \text{ s} = \dots\dots\dots \text{ s}$$